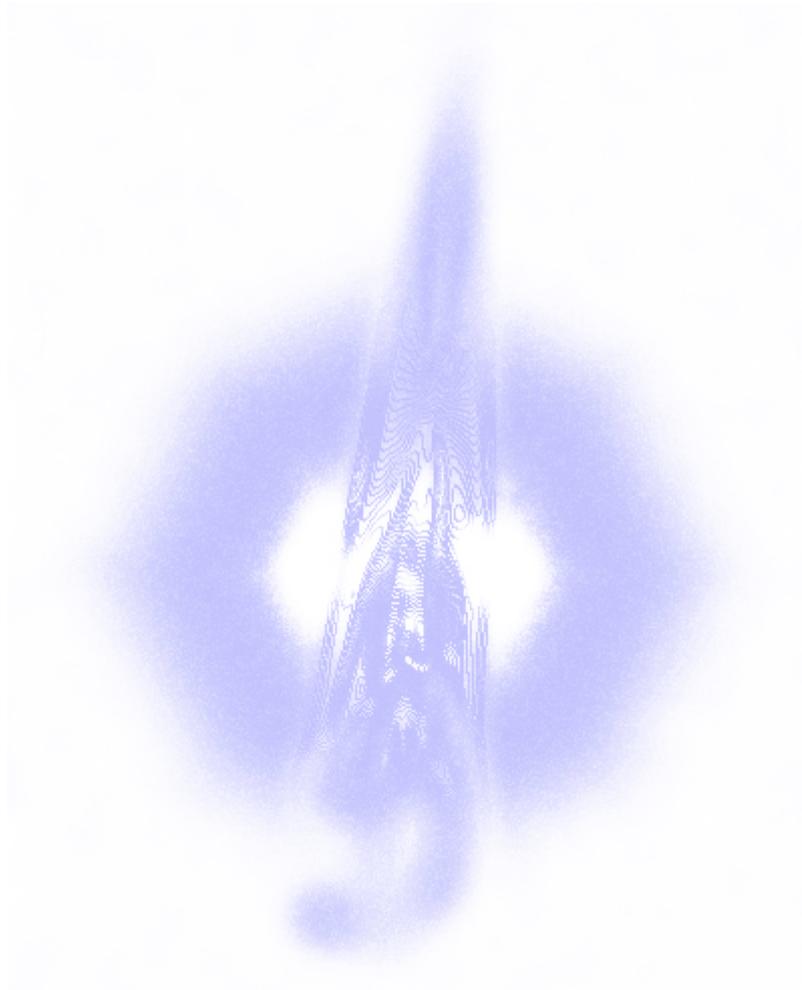


SHADOW OF A FLAME



PSC MEC20 - Rapport Final - Avril 2020



Pierre Cussenot, Sébastien Legrand, Augustin Patey, Kévin Tocaben



INTRODUCTION

Nous présenterons dans ce document notre travail de quelques mois sur le sujet des flammes chantantes. Après une première partie où nous détaillerons l'organisation de notre groupe dans la conduite du projet, nous exposerons le projet dans son ensemble. Celui-ci a deux composantes majeures.

D'une part, un état de l'art important sur le sujet. Nous avons en effet dû aborder le sujet sans connaissances préalables et la recherche de documentation a représenté un investissement important, à la fois pour construire le sujet et pour le documenter. Cet état de l'art comporte une partie historique, qui retrace l'évolution des études sur le phénomène depuis le XIX^e siècle, et cherche à faire ressortir l'étonnement qu'il peut susciter et l'originalité des méthodes expérimentales utilisées. Une deuxième partie consiste à donner une interprétation du phénomène à l'aide des connaissances actuelles.

D'autre part, nous présentons un certain nombre de résultats expérimentaux. Au vu des circonstances actuelles, les résultats exploitables se trouvent réduits, mais nous essayons de donner des perspectives de travail pour la suite.

N.B. : Notre groupe de PSC s'était initialement formé pour travailler avec la DGA sur un projet concernant l'éjection de réacteurs d'avions. Ce projet n'a pu aboutir et cela explique que notre groupe se soit constitué sans élève international, en raison des contraintes imposées par la DGA.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier M. CHOMAZ pour son encadrement durant la période de ce projet, et pour l'idée originelle du sujet dans le cadre de la chaire Arts et Sciences qui nous a amenés à travailler sur des documents historiques que nous avons le plaisir d'explorer et d'exhumer.

Merci à M. WIERNIEZKY, souffleur de verre de l'École d'avoir pu nous mettre à disposition des tubes en verre sur mesure pour nos expériences.

Merci également à M. DALMAZZONE qui nous aura permis, avec une efficacité à toute épreuve, d'accéder aux laboratoires de l'Unité Chimie et Procédés de l'ENSTA pour manipuler dans de bonnes conditions, ainsi que M. CATOIRE son directeur qui a accepté de nous accueillir.

Merci enfin à M. POINSOT, de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, et à M. DUROX, du laboratoire EM2C de l'École CentraleSupélec pour leurs conseils de grande valeur grâce auxquels nous aurons pu mieux appréhender ce phénomène de flamme chantante.

TABLE DES MATIÈRES

1	Présentation du projet	5
1.1	Introduction au phénomène des flammes chantantes	5
1.2	Les objectifs	5
1.3	Déroulement du PSC	6
1.3.1	Construire un sujet	6
1.3.2	Rechercher pour comprendre	7
1.4	Organisation du groupe	8
2	Généralités de combustion	9
2.1	Question 0 : Qu'est-ce qu'une flamme ?	9
2.1.1	La combustion comme réaction chimique	9
2.1.2	La flamme	10
2.1.3	Quelques ordres de grandeur	13
2.2	Modèle de flamme	13
2.2.1	Le modèle de la flamme laminaire de prémélange	14
3	Historique des flammes chantantes	16
3.1	Le phénomène des flammes chantantes	16
3.1.1	Une curiosité de laboratoire ?	16
3.1.2	Le critère historique de Rayleigh	18
3.1.3	Les flammes sensibles	19
3.1.4	Son et lumière	20
4	Quelques aperçus artistiques	22
4.1	Un imaginaire de destruction	22
4.2	Shadow of a Flame : bousculons l'imaginaire et retrouvons la flamme	24
5	Manipulations et théorie	25
5.1	Expérience 0 : peut-on reproduire le phénomène simplement ?	25
5.2	Question 1 : À quoi correspondent donc ces fréquences ?	26
5.2.1	Une première analyse acoustique	26
5.2.2	Première expérience	30
5.2.3	Commentaires des résultats obtenus	32
5.3	Question 2 : Résonance et thermo-acoustique	32
5.3.1	Le critère de Rayleigh	33
5.3.2	Acoustique et modèle $n\text{-}\tau$	34
5.3.3	Utilisation du modèle	38
5.4	Résultats obtenus par simulation	39
5.5	Comparaison avec un logiciel de simulation acoustique	41
5.6	Question 3 : Contrôler le phénomène	42
5.6.1	Protocole	42

5.6.2	Expérience subsidiaire	46
5.6.3	Pourrait-on faire se répondre deux flammes?	47
5.6.4	Pistes d'amélioration	48
5.7	Question 4 : Reproduire autrement	48
5.7.1	Travailler avec une bougie?	48
5.7.2	Montage optique	49
5.7.3	Taille de tube variable	49
5.7.4	Influence de la position latérale	49
5.8	Question subsidiaire	50
5.8.1	Une observation intrigante	50
5.8.2	Protocole pour identifier le phénomène	50
6	Conclusion	52
7	Bibliographie	53
8	Annexes	56
8.1	Grandeurs physiques et notations	56

1

PRÉSENTATION DU PROJET

1.1 INTRODUCTION AU PHÉNOMÈNE DES FLAMMES CHANTANTES

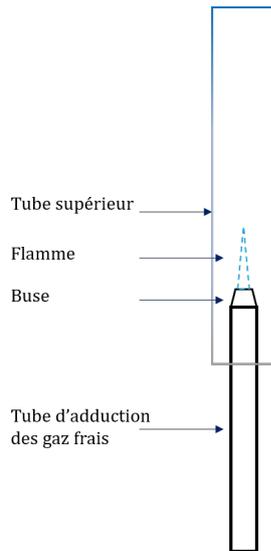


FIGURE 1 – Montage expérimental simplifié où l'on utilise une flamme issue d'un brûleur.

Si son étude est délicate, le phénomène des flammes chantantes auquel est consacré cette étude peut être décrit facilement. Objet de curiosité, il a été abordé dans plusieurs ouvrages au XIX^e siècle, et retrouve aujourd'hui une importance en lien avec des applications industrielles.

Il apparaît lorsqu'une flamme est introduite à l'intérieur d'une cavité dont la géométrie peut varier. Ici, comme cela est représenté sur la figure 1, nous considérerons des flammes introduites dans des tubes cylindriques, que nous appellerons tubes supérieurs. Faisons l'expérience suivante : on allume une flamme au bout d'un chalumeau et on l'introduit progressivement dans le tube en partant de l'extrémité inférieure. En remontant la flamme dans le tube, on finit généralement par entendre un son émis par le dispositif, avec une intensité assez conséquente et à une fréquence qui rappelle à l'oreille celle du tube. On peut également remarquer que la flamme se met à osciller. En continuant de remonter la flamme, l'intensité augmente, puis diminue, avant que le phénomène ne disparaisse.

Comment reproduire et expliquer ce curieux phénomène ? C'est tout l'objet de cette étude. Nous appellerons chant de la flamme le son émis.

1.2 LES OBJECTIFS

La direction ultime de notre PSC consiste à construire une installation autour des flammes chantantes qui puisse être exposée et intriguer le spectateur par son fonctionnement en donnant à voir des aspects de flamme peu communs. Nous ne nous plaçons donc pas dans une démarche consistant à étudier ce phénomène d'instabilité thermo-acoustique (voir dans les parties suivantes pour une explication de ce terme) pour en réduire les effets comme on le ferait d'un point de vue industriel. Au contraire, nous cherchons à comprendre et contrôler le phénomène pour exploiter les possibilités qu'il offre. Pour ce faire, nous détaillons ci-dessous plusieurs objectifs intermédiaires :

Premier objectif : État de l’art sur les flammes chantantes Le thème de travail choisi nous plaçait en terrain complètement inconnu. Aussi la première partie de notre travail a consisté à rassembler et consulter une bibliographie sur le sujet. Tout d’abord pour trouver et cerner un sujet d’étude, puis pour établir un état de l’art et avoir une lecture plus précise des phénomènes physiques en jeu. C’est l’objet de la partie 3 de ce rapport, qui se focalise sur les documents historiques que nous avons pu collecter, ainsi que de certaines sous-parties de la partie 5, qui exposent des considérations plus théoriques. La partie 2.1.1 livre une première explication de la nature des flammes.

Deuxième objectif : Reproduire et documenter expérimentalement le phénomène Nous avons ensuite souhaité être en mesure de reproduire les phénomènes expérimentalement, afin de confronter la théorie exposée à l’expérience, en présentant des résultats reproductibles. *Les circonstances, faisant, les résultats présentés ici sont à prendre avec toutes les précautions, car nous n’avons pu réaliser autant d’expériences que souhaité.*

Troisième objectif : Une image des flammes dans l’art Nous souhaitons accompagner notre installation finale d’une certaine approche artistique. Si cela ne constitue pas le cœur de notre travail, cette approche se base sur les aperçus historiques de la partie 3 ainsi que sur la brève analyse d’un rôle attribué aux flammes dans l’histoire de l’art, présentée en partie 4.

Quatrième objectif : des flammes chantantes inédites Enfin, pour développer notre installation, nous cherchons à apporter un aspect original à notre étude. Séduit par l’approche expérimentale qui ressort des documents historiques, et notamment l’étude du son par la lumière, nous souhaitons retourner cette idée en donnant à la flamme une manifestation acoustique. Pour retrouver la simplicité des débuts, nous voudrions reproduire le phénomène avec les matériaux le plus simples possibles : une bougie, un tube en verre. Cela est-il possible ? Nous n’avons pas trouvé de trace d’une telle expérience dans la littérature. Faire dialoguer au milieu d’une installation optique deux flammes chantantes serait un bel objectif.

1.3 DÉROULEMENT DU PSC

1.3.1 • CONSTRUIRE UN SUJET

Notre groupe avait initialement l’objectif de travailler avec la DGA sur le refroidissement des gaz d’éjection d’un moteur d’avion à postcombustion. Ce projet n’a malheureusement pu aboutir. Dès lors, pour conserver la motivation d’ensemble du groupe, nous avons dû rebondir et trouver une nouvelle orientation dans le thème de la combustion qui soit suffisamment vaste à explorer. Cela a constitué la première étape de notre travail : construire un sujet.

La proposition de M. Chomaz de travailler sur un sujet Arts et Sciences nous a séduits. Après avoir découvert le phénomène des flammes chantantes dans le livre *Feu et flammes* [1], nous avons commencé à explorer à la Bibliothèque Centrale de l’École polytechnique la littérature scientifique du XIX^e siècle en quête de phénomènes intrigants liant son et flammes.

Devant construire notre sujet, la difficulté majeure a été d'explorer de manière assez large la littérature pour trouver une idée de ce que nous pourrions faire d'original, tout en convergeant vers un cadre de travail précis.

Nous nous étions initialement fixés des objectifs larges et ambitieux : construire plusieurs petites expériences modulaires autour du chant des flammes, des flammes filées et de la strioscopie que l'on pourrait ensuite rassembler autour d'un projet d'exposition. Mais le danger aurait été de perdre de vue un objectif réalisable sur la période du projet. Ainsi, nous avons fini par recentrer notre travail autour de l'objectif de **reproduire, comprendre et documenter l'expérience des flammes chantantes**, dans l'optique de pouvoir contrôler sa réalisation pour l'intégrer ultimement à une installation artistique, comme cela a été exposé en partie 1.2.

1.3.2 • RECHERCHER POUR COMPRENDRE

Nous explorions un domaine qui nous était totalement inconnu, il fallait donc défricher un terrain scientifique que nous ne maîtrisions pas : la mécanique des fluides (que nous n'avons étudié qu'en cours de deuxième période) et la combustion. Nous avons donc cherché à progresser pas à pas, en commençant par acquérir quelques notions théoriques, puis en manipulant lorsque nous l'avons pu et en cherchant à interroger nos observations. Dans cette optique, la communication entre les différents membres du groupe s'est révélée cruciale, pour partager et interroger les progrès de chacun.

Le thème de la combustion rajoutait également des contraintes expérimentales. Pour des raisons de sécurité, il était impossible de faire brûler du gaz en enceinte fermée dans les laboratoires de l'École polytechnique. Nous avons donc entamé des démarches pour manipuler dans les laboratoires de l'Unité Chimie et Procédés de l'ENSTA, où des salles sont équipées pour le contrôle de l'atmosphère de la salle en présence de gaz explosifs. Cela a ralenti le début de nos premières manipulations : les premiers mois de notre travail ont surtout été consacrés à l'exploration théorique.

Un point délicat a été la recherche de matériel adéquat pour manipuler du gaz et des flammes. L'enjeu majeur était de pouvoir réaliser les expériences en sécurité et de manière reproductible, en ajustant certains paramètres indépendamment des autres. Pour cela, du matériel a été emprunté au TREX Mécanique de l'École, et nous avons construit nous-mêmes certains outils comme les supports en métal ou en bois. Toutefois, nous n'avons pas encore trouvé de moyen de disposer d'installations de gaz plus performantes pour ajuster plus précisément le débit, la richesse (voir dans les parties suivantes pour une définition de ces termes), ou la position de la flamme dans le tube.

Enfin, nous n'avons malheureusement pas pu réaliser autant de manipulations expérimentales que nous aurions souhaité, en raison des circonstances des mois de mars et avril 2020. En conséquence, nous présenterons dans ce rapport certains protocoles pour des expériences que nous aurions voulu mener, et que nous essaierons de réaliser en des temps plus favorables. Bien entendu, en manipulant plus avant, nous aurions pu trouver d'autres pistes à explorer qui sont

difficiles à imaginer sur papier.

Nous résumerons le déroulement de notre PSC par les périodes suivantes :

- De SEPTEMBRE à NOVEMBRE : définition des limites du sujet ainsi que de son exploitation, exploration de la littérature historique ;
- De NOVEMBRE à DÉCEMBRE : documentation sur les flammes chantantes dans la littérature historique et premiers modèles théoriques ;
- JANVIER : suite de l'exploration théoriques et premières expériences hors installations ;
- FEVRIER et début MARS : expérimentation sur les créneaux disponibles, théorie ;
- MARS et AVRIL : étaient prévues la poursuite des expérimentations et l'exploitation des observations cumulées. Synthèse du travail effectué et rapport.

1.4 ORGANISATION DU GROUPE

Le PSC a également été pour chacun d'entre nous une première expérience d'un travail de recherche en groupe. Par conséquent, il a fallu trouver une organisation qui nous permette de travailler de manière efficace. Même si la conduite du projet s'est bien déroulée dans son ensemble, nous n'avons pas pu éviter tous les écueils. Arrêtons-nous quelque peu sur ces points.

Ce qui a fonctionné :

- Le partage et le référencement des ressources bibliographiques, réalisé grâce à l'outil *Zotero* ;
- Le partage des nouvelles connaissances grâce à des réunions hebdomadaires autour d'un tableau noir, permettant d'exposer ses lectures, et de questionner celles des autres ;
- La répartition des tâches d'une semaine sur l'autre en fonction des préférences de chacun (théorie, construction de matériel, tâches administratives) ;
- Les initiatives personnelles dans l'avancement du projet ;

Ce qui a moins bien fonctionné :

- Le manque d'ordre du jour clair sur certaines réunions, qui nous empêchait de démarrer efficacement. Nous avons cherché à corriger cela par la suite en fixant avant les réunions ce que nous devrions discuter ;
- La difficulté à converger vers un sujet défini sur le début car nous étions face à l'inconnu. Après le temps d'exploration de la littérature, nous avons néanmoins cherché à recentrer nos ambitions ;
- Une répartition des tâches parfois un peu floue lors des premières recherches, permettant néanmoins d'explorer de nombreuses directions.

Passons sans plus attendre à la présentation de notre travail scientifique.

2

GÉNÉRALITÉS DE COMBUSTION

Arrêtons-nous tout d'abord pour décrire ce que sont les flammes et donner certaines de leurs propriétés. Nous pensions initialement pouvoir trouver dans ces descriptions quelques pistes pour appréhender le phénomène des flammes chantantes. Comme nous le verrons en parties 3 et 5, c'est surtout le dégagement de chaleur par la flamme qui joue un rôle important.

2.1 QUESTION 0 : QU'EST-CE QU'UNE FLAMME ?

À première vue, la flamme est la manifestation visuelle d'une combustion. Sa couleur, sa forme, sa taille sont fonctions de nombreux paramètres, comme la proportion et le débit des réactifs, la géométrie de l'environnement, l'intensité des phénomènes convectifs, ...

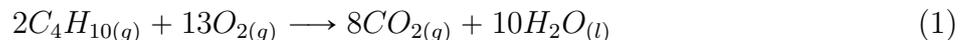
2.1.1 • LA COMBUSTION COMME RÉACTION CHIMIQUE

Le type de combustion en atmosphère libre que nous utilisons dans cette étude est une réaction d'oxydation (le dioxygène de l'air jouant le rôle de comburant) d'un combustible, exothermique c'est-à-dire libérant de la chaleur. Ce phénomène nécessite d'être déclenché grâce à une source de chaleur intense par exemple [1]; le combustible et le comburant ne s'enflamment pas spontanément, il y a une certaine énergie d'activation à apporter. Ensuite, la réaction s'auto-entretient car elle est exothermique.

Il est possible de résumer globalement une réaction de combustion sous la forme :



avec de surcroît un dégagement de chaleur. Donnons comme exemple l'équation bilan globale équilibrée de la réaction de combustion du butane que nous utiliserons pour les manipulations expérimentales :



Comme le mentionne par exemple [2] (*chapitres 1 et 2*), cette réaction globale masque une réaction en chaîne, où l'importance des radicaux libres est à prendre en compte pour le maintien de la réaction.

Dans certains cas, il peut être utile de définir la richesse d'un mélange de réactifs en combustion. Elle se définit comme suit [2] :

$$\text{richesse} = \frac{\left(\frac{\text{quantité de combustible}}{\text{quantité de comburant}} \right)_{\text{mélange étudié}}}{\left(\frac{\text{quantité de combustible}}{\text{quantité de comburant}} \right)_{\text{mélange stœchiométrique}}}$$

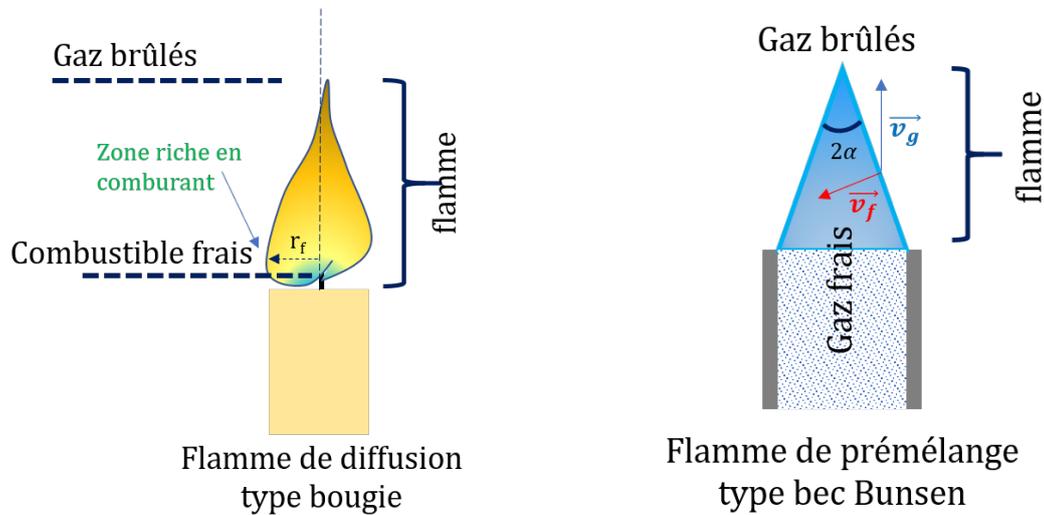


FIGURE 2 – Flamme de diffusion et de prémélange.

Dans le cas où ceux-ci sont fluides et acheminés dans la zone de combustion par un conduit spécifique, on peut aussi définir le débit des combustibles, dont la dimension est $[L^3 * T^{-1}]$:

$$\text{Débit} = \text{Vitesse}_{\text{fluide combustible}} * \text{Surface ouverture}_{\text{conduit}}$$

2.1.2 • LA FLAMME

La flamme se définit alors comme étant la zone limitée dans l'espace où se produit la réaction de combustion définie précédemment ([2],[1]). Comme cela est récapitulé sur la figure 2, on peut distinguer plusieurs zones dans l'espace. Dans la situation qui nous concerne, combustion en phase gazeuse, nous parlerons de gaz frais pour désigner les combustibles et comburant qui n'ont pas encore réagi et se dirigent vers la flamme, et de gaz brûlés pour les produits de combustion, et plus généralement pour tous les gaz qui s'éloignent de la flamme.

Deux types de flammes sont à distinguer :

- LES FLAMMES DE DIFFUSION : L'exemple le plus commun de flamme de diffusion est la flamme de bougie ou de briquet. Combustibles et comburants ne sont pas initialement mélangés, c'est la diffusion moléculaire qui permet leur rencontre. Dans les situations classiques, la convection thermique joue un grand rôle : les gaz brûlés, plus chauds donc moins denses, sont évacués vers le haut par gravité, et sont remplacés par des gaz frais dans la zone de combustion. Au niveau des gaz frais, combustibles et comburant se mélangent par diffusion moléculaire, et l'on doit distinguer des zones où la richesse est optimale (proche de 1), une zone saturée en combustible (richesse >1), et une zone saturée en comburant (ici le dioxygène de l'air) (richesse <1) [1]. La combustion optimale a lieu au niveau de la surface qui forme l'interface entre combustible et comburant. Les flammes de diffusion trouvent un équilibre mettant en jeu la diffusion moléculaire, la convection et la vitesse d'arrivée des gaz frais. La notion de hauteur de flamme est abordée brièvement en partie 2.1.3.

- LES FLAMMES DE PRÉMÉLANGE : Au contraire, pour les flammes de prémélange, combustibles et comburant sont mélangés avant d'arriver en zone de combustion avec une certaine richesse.

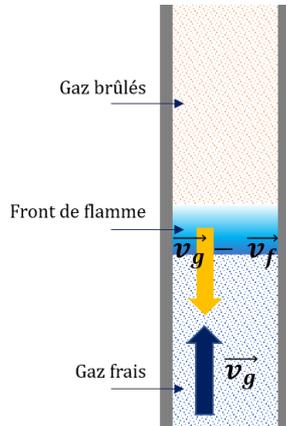


FIGURE 3 – Front de flamme de prémélange.

C'est le cas des flammes de becs Bunsen si ce mélange est effectué en amont. A priori, une grande partie de la zone de combustion est donc susceptible de réagir et de s'enflammer. Comme mentionné précédemment, il faut apporter suffisamment d'énergie pour que la combustion soit initiée, donc tout le mélange ne brûle pas en même temps : il faut que les gaz frais soient portés à une température suffisante pour s'enflammer. Ainsi, la combustion se fait dans une zone d'épaisseur donnée, le front de flamme. La chaleur libérée par la combustion réchauffe les gaz frais en amont : la flamme se déplace avec une certaine vitesse \vec{v}_f par rapport aux gaz frais, et laisse les gaz brûlés en aval. Ces gaz frais peuvent eux-aussi être animés d'une vitesse d'ensemble \vec{v}_g , comme dans le brûleur présenté en partie 5. Dans le référentiel du laboratoire, la flamme se déplace donc localement à la vitesse $\vec{v} = \vec{v}_g - \vec{v}_f$ (figure 3). Dans certains cas, ces deux vitesses s'équilibrent et la flamme paraît statique dans le laboratoire. C'est cela qui est en jeu dans

la structure conique caractéristique des flammes de bec Bunsen (voir partie 2.1.3) [1].

Flammes lumineuses Quant à la manifestation visuelle et lumineuse de la combustion, qui est la définition courante de la flamme, elle peut s'expliquer de plusieurs manières :

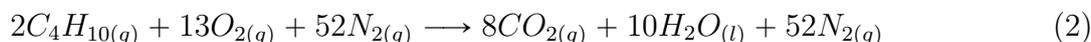
- Premièrement, en cas de combustion incomplète les suies qui apparaissent sont chauffées à haute température et émettent un rayonnement de type corps noir [1]. Hottel mesure ainsi en 1932 la température des suies de combustion du gaz de ville ou de l'acétylène aux alentours de $1600K$ [3]. Les suies sont responsables de la couleur jaune-orangé de certaines flammes. Notons que celles-ci ne se forment en général qu'à haute température [2].
- Deuxièmement, de la luminescence chimique peut-être à l'œuvre, et c'est la présence de radicaux libres qui entre en jeu [1] : de l'énergie est libérée sous forme de lumière lors des recombinaisons. La couleur bleue souvent observée au quotidien des combustions carbonnées est par exemple due aux radicaux C_2 et CH . Cette luminescence n'existe pas forcément, ce qui fait que certaines flammes (comme zone délimitée de combustion) sont invisibles à l'œil nu.

Une réaction exothermique Concernant le dégagement de chaleur, la réaction de combustion est exothermique : pour une combustion en atmosphère isobare comme c'est notre cas, l'enthalpie de réaction est négative. La chaleur libérée sert en partie à échauffer les gaz brûlés. Nous proposons ci-dessous de calculer en première approximation une température adiabatique de flamme, en considérant que toute la chaleur libérée par la réaction sert à échauffer les produits.

Espèce	$\Delta h_f^0 (kJ.mol^{-1})$	Espèce	$a (J.K^{-1}.mol^{-1})$	$b * 10^3 (J.K^{-1}.mol^{-1})$
$CO_{2(g)}$	-394	CO_2	44,2	9,04
$H_2O_{(l)}$	-286	$H_2O_{(g)}$	30,1	10,7
$C_4H_{10(g)}$	-125	N_2	27,9	4,27
O_2	0			
N_2	0			

TABLE 1 – Valeurs des enthalpies de formation Δh_f^0 et des coefficients pour le développement des capacités thermiques isobares $C_p(T) = a + bT$.

Reprenons l'équation (1), en ajoutant le fait que l'azote de l'air joue le rôle de spectateur mais est échauffé, avec une proportion de 4 moles de diazote présentes dans le milieu pour une mole de dioxygène :



Considérons alors cette équation (2) dans les conditions standards (pression $P = P_0 = 1013,25hPa$, température $T = 298,15K$), ce qui explique les phases des constituants que nous considérons. Nous prenons pour les calculs les valeurs présentées dans la table 1 issue des tables de la chimie¹, ainsi que l'enthalpie de vaporisation pour l'eau $L_{vap} = 40,7kJ.mol^{-1}$, et la capacité thermique isobare $C_p(H_2O_{(liq)}) = 76,0J.K^{-1}.mol^{-1}$.

Cela donne pour la réaction (2) une enthalpie standard pour la combustion des deux moles de butane égale à $\Delta_r H^0 = -5,75.10^3kJ < 0$. La réaction est bien exothermique.

Dans l'hypothèse adiabatique d'une réaction totale isobare à $P = P_0$, la chaleur ainsi dégagée sert à échauffer les réactifs de la température T_0 à la température finale T_f que nous cherchons. On utilise alors la loi de Kirchoff :

$$\Delta_r H^0(T_f) = \Delta_r H^0(T_0) + \int_{T_0}^{T_f} \Delta_r C_p^0 dT$$

et l'on prend bien soin de considérer la variation des capacités thermiques isobares C_p avec la température ainsi que le changement de phase de l'eau. Cette quantité $\Delta_r H^0(T_f)$ est nulle par adiabaticité et nous aboutissons à une équation du second degré sur T_f et on trouve :

$$T_f = 2,45.10^3 K.$$

Nous pouvons voir cette température théorique comme une valeur maximale. En effet, dans les conditions réelles, la combustion peut être incomplète (et donc de l'énergie être perdue pour échauffer les suies), et non totale (énergie récupérée par les réactifs). De plus, les étapes intermédiaires de réaction, faisant intervenir les radicaux libres, impliquent des pertes supplémentaires[2]. **Pour les besoins expérimentaux et de modélisation présentés plus tard, on retiendra une température de l'air dans la zone de combustion de quelques centaines de Kelvin.**

1. Voir par exemple https://fr.wikipedia.org/wiki/Enthalpie_standard_de_formation et <http://www.edu.upmc.fr/chimie/lc101-202-301/communs/public/capcalo.htm>

2.1.3 • QUELQUES ORDRES DE GRANDEUR

Il est possible d'estimer certains paramètres des flammes en première approximation.

Hauteur d'une flamme de diffusion Comme présenté dans la littérature [1], il est possible d'estimer la hauteur d'une flamme de diffusion simplement. Le comburant, situé à l'extérieur de la flamme doit parcourir la distance r_b pour rejoindre le centre de la flamme où se trouvent les combustibles frais (voir figure 2). Selon la loi de Fick, le temps τ caractéristique de ce phénomène est $\tau = r_b^2/D$ où D est le coefficient de diffusion moléculaire, de l'ordre de $0,5\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$ dans la situation considérée. Or dans ce même temps τ , les gaz brûlés à la base de la flamme remontent par convection. On peut prendre comme vitesse typique de convection $v = 10\text{cm}.\text{s}^{-1}$ [1]. On a alors pour la hauteur $h = v.\tau = v.r_b^2/D$. On prend $r_b = 5\text{mm}$ et ainsi on trouve $h = 5\text{cm}$.

Hauteur d'une flamme de bec Bunsen Il est également possible, dans une situation comparable à celle de la flamme de prémélange présentée en figure 2, de relier en première approximation la hauteur de flamme à la vitesse d'arrivée des gaz. Comme le mentionne Boyer [1], la forme conique de demi-angle au sommet α obtenue généralement est due à la viscosité des gaz frais qui accrochent aux parois du conduit. On peut trouver la relation géométrique : $\sin \alpha = \frac{v_f}{v_g}$. Par ailleurs, en notant S_b la surface d'ouverture du brûleur, on trouve pour la surface de la flamme $S_{\text{flamme}} = \frac{S_b}{\sin \alpha}$. On en déduit pour le débit D :

$$D = S_b * v_g = S_{\text{flamme}} * v_f$$

Ainsi, le débit, et donc la chaleur dégagée par la flamme par unité de temps, augmente avec la vitesse des gaz frais, ou avec la surface de la flamme. On utilisera ce point en partie 5.3.1.

2.2 MODÈLE DE FLAMME

Après ces considérations, il nous a semblé primordial de s'intéresser à la mise en équation de la flamme. En effet, notre objectif était initialement de pouvoir fournir un modèle théorique de flamme mettant en évidence les paramètres pertinents du problème. Dans un premier temps, nous avons cherché à identifier les modèles utilisés dans les récentes recherches afin de pouvoir ré-exploiter au mieux les résultats dans le cadre de notre étude. Les récentes recherches sur le sujet montrent qu'une étude sur la flamme elle-même semble efficace pour décrire le comportement dans une chambre de combustion. Par exemple, dans la thèse de T.Schuller [4], c'est la géométrie complète de la flamme qui est à l'étude. Nous avons donc cherché à comprendre la mise en équation de la flamme prenant en considération sa géométrie. Nos recherches se sont donc d'abord orientées vers un contenu plus scolaire. Nous avons exploré un cours de l'université de Cambridge [5] traitant sur le sujet. Nous présentons ici les points qui ont retenu notre attention.

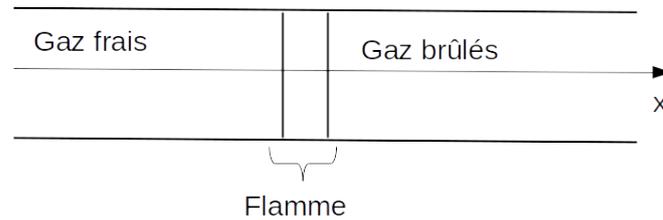
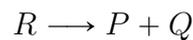


FIGURE 4 – Flamme laminaire de pré-mélange

2.2.1 • LE MODÈLE DE LA FLAMME LAMINAIRE DE PRÉMÉLANGE

Pour mettre en équations plus avant, un premier modèle, et le plus simple, est celui de la flamme laminaire de pré-mélange qui exclut la géométrie turbulente que l'on constate sur la flamme. Tout d'abord il est nécessaire de modéliser la réaction chimique. Comme nous l'avons vu dans la partie 2.1.1, la réaction peut être complexe à décrire. Il est alors proposé de considérer des réactions simple du type :



Avec R l'unique réactif, et P et Q les produits.

Ce type de réaction a le grand avantage de suivre une loi d'Arrhenius. On décompose l'espace en 3 parties :

- Une partie en amont de la flamme composée de gaz frais contenant les réactifs
- Une zone de réaction où a lieu la combustion précédente
- une dernière zone contenant les gaz brûlés (donc P et Q)

On considère alors les équations suivantes (équations de Navier-Stokes en milieu réactif) prises dans chaque partie du tube en conservant la continuité des grandeurs :

- Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0$$

- Conservation des espèces :

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho(u + V_k) Y_k) = \ddot{\omega}$$

pour $k = 1 \dots N$ les N espèces, Y_k les fractions molaires, V_k les vitesses de diffusion, ω l'avancement de la réaction

- Conservation de l'énergie :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \dot{\omega}' + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \left(\sum_{k=1}^N C_{p,k} Y_k V_k \right) \right) \quad (3)$$

Attention, ici ω' correspond au dégagement de chaleur de la réaction

Ce système est, en l'état, insolvable : il manque 2 équations puisqu'on ne peut avoir le comportement du taux de réaction ω ni des vitesses de diffusion. On prend en général la loi d'Arrhenius pour la vitesse de réaction, et la loi de Fick pour obtenir l'information sur les vitesses de diffusion.

On peut également se servir de solveurs performants des équations de la chimie de la flamme [6] pour palier à ce problème et obtenir une solution plus précise.

La résolution des équations semble néanmoins complexe et ne laisse à première vue pas apparaître de relation de dispersion simple pour trouver les modes vibratoires. Une résolution complète est nécessaire. De plus dans le cadre des expériences que nous sommes en mesure de réaliser, il ne nous est pas possible d'injecter le mélange réactionnel au début du tube mais seulement au niveau du brûleur ce qui semble difficile à rendre compte dans le cadre de cette modélisation.

3

HISTORIQUE DES FLAMMES CHANTANTES

Nous nous proposons dans cette partie de faire un tour d'horizon des différentes mentions du phénomène des flammes chantantes dans la littérature scientifique historique, des XIX^e et XX^e siècles. Nous cherchons tant à résumer les résultats établis qu'à mettre en exergue l'originalité de certaines approches expérimentales, non sans lien avec l'émerveillement qui peut naître face au phénomène.

*Nous tenons à souligner que nombre d'ouvrages que nous citons ci-dessous sont numérisés et accessibles par le portail **Gallica** de la Bibliothèque Nationale de France, voire consultables physiquement dans les archives de la Bibliothèque Centrale de l'École polytechnique. Nous avons par exemple eu le plaisir de consulter une version physique de l'ouvrage de Tyndall [7], datant de 1869.*

3.1 LE PHÉNOMÈNE DES FLAMMES CHANTANTES

3.1.1 • UNE CURIOSITÉ DE LABORATOIRE ?

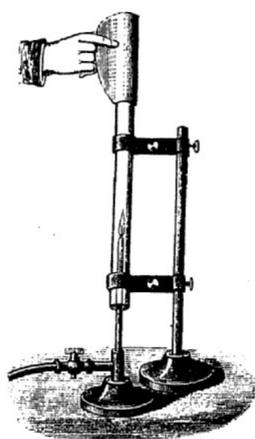


FIGURE 5 – Expérience du tube chantant de Tyndall avec tube pouvant être réglé en hauteur (image tirée de [7] page 237).

Nous entendons ici par flammes chantantes l'apparition d'un son continu et sonnante pur à l'oreille lorsqu'une flamme est introduite dans un tube creux. Il ressort que ce phénomène a suscité une curiosité importante dans la deuxième moitié du XIX^e siècle. De nombreuses expériences ont été conduites pour tenter de le documenter et y apporter d'éventuelles explications.

D'après Guillemin [8] et Taber-Jones [9], la première observation des flammes chantantes remonte à 1777 lorsque Higgins entend un son émis par une flamme d'hydrogène qu'il a placée dans un tube en verre dans le but de montrer par condensation que cette combustion produit de l'eau. On trouve ensuite mention des flammes chantantes chez Sondhauss dès 1850 [10], ou chez Schaffgotsch en 1857 [11] en langue allemande. L'expérience de base consiste à introduire une flamme dans un long tube suffisamment large pour qu'il reste ouvert aux deux bouts, comme on le voit sur la figure 5. Ces flammes sont issues de brûleurs tantôt branchés sur le réseau de gaz de ville, tantôt raccordés à un réservoir où est produit du dihydrogène - gaz qui commence

à être étudié à la fin du XVIII^e siècle - ou bien encore par de simples lampes à alcool.

Les différents travaux circulent à l'échelle européenne, soit pour être décrits et diffusés,

comme par Guillemin dans son ouvrage sur le son [8], ou pour être repris et étudiés plus en détails comme Tyndall qui présente ses études dans ses conférences sur le son ([7], leçon VI).

La flamme peut être positionnée à différentes hauteurs dans le tube, et l'on découvre que le chant n'apparaît que dans certaines plages de hauteur. Il est remarqué que le son émis par la flamme semble avoir une fréquence proche de celle des tubes utilisés, comme l'expose Tyndall en déplaçant une glissière pour rallonger artificiellement le tube (voir figure 5). La nature du gaz brûlé ne semble pas conditionner l'apparition du phénomène [9]. On montre également que la flamme oscille verticalement en parallèle de l'émission du son, en utilisant par exemple des miroirs tournants qui projettent alors une trace lumineuse de largeur variable, comme le fait Wheatstone ou le reproduit Tyndall, ou par stroboscopie [12] [7]. Le lecteur pourra se faire une idée du fonctionnement de ces miroirs tournants en visionnant la reproduction de l'expérience réalisée à la *Fondazione Scienza e Tecnica* de Florence [13]. Il peut également arriver que la flamme s'éteigne à cause d'une trop grande agitation [8]. En disposant la flamme à une position verticale qui la place à la limite du chant, on découvre qu'il est possible de déclencher à distance le chant en émettant un son à une fréquence proche de celle du tube [7], ou même un son quelconque [9]. Tyndall étudie également l'influence du débit d'arrivée des gaz (et donc de la hauteur de la flamme) en réalisant deux montages identiques côte à côte, mais en diminuant un peu l'arrivée de gaz pour une des deux flammes. Il note alors que des battements caractéristiques de deux fréquences proches mais différentes se font entendre. Deux flammes peuvent aussi être placées dans un même tube et chanter à l'unisson [14]. Enfin, Tyndall met au jour l'influence de la longueur du tuyau d'adduction des gaz au brûleur (voir figure 1) : pour une longueur de tube fixée, il semble que seules certaines longueurs de tube d'adduction permettent d'obtenir un chant.

En parallèle, d'autres phénomènes curieux du même ordre, bien que différents, sont mis au jour par les expérimentateurs. C'est le cas du tube de Rijke. On place une grille métallique à l'horizontale dans un tube disposé verticalement. On chauffe ensuite cette grille à l'aide d'une flamme. Au retrait de la flamme, le tube se met à chanter, pourvu que la grille soit placée dans la partie inférieure du tube.

Ainsi, le phénomène des flammes chantantes intrigue et semble jouir d'une assez grande curiosité à l'époque, au vu du nombre de descriptions produites. Pour une vue d'ensemble de beaucoup de manipulations réalisées, le lecteur est invité à consulter les ouvrages de Kastner [14], ou de Tyndall [7]. On trouve dans les journaux scientifiques [16] des instructions assez précises pour manipuler des flammes chantantes : lancer ou arrêter le chant, faire se répondre deux flammes, ... Des installations artistiques sont fabriquées sur le principe des flammes chantantes, comme des



FIGURE 6 – Wendelin Weißheimer (élève de Franz Litz) jouant du pyrophone (image tirée de [15]).

orgues à flammes (« pyrophone » ou « harmonica chimique ») (voir [14], [15] ou [1]) pour lequel des œuvres sont composées (voir figure 6). L'intérêt du public est suscité, et ces objets sont notamment présentés lors des Expositions Universelles comme à Vienne en 1873, en témoigne l'ouvrage de Frédéric Kastner, un des inventeurs du « pyrophone » [14]. Cet ouvrage résume assez bien la frénésie qui entoure le phénomène à l'époque, tant dans le cercle scientifique (comme à l'Académie des Sciences en France ou à la Royal Institution en Angleterre) que chez les profanes intrigués par ces sons « imitant la voix humaine et au timbre mystique » [14]. Le lecteur pourra trouver un instrument fonctionnant sur ce principe reconstitué par Daniel Durox à l'EM2C de CentraleSupélec [17].

3.1.2 • LE CRITÈRE HISTORIQUE DE RAYLEIGH

En rassemblant ces différentes observations, Rayleigh propose vers la fin du XIX^e siècle [18] [12] une explication au phénomène des flammes chantantes comme à celui du tube de Rijke. Il introduit le concept de rétroaction thermoacoustique. Pour cela, il part d'une analogie avec un pendule pesant sur la masse duquel on viendrait apporter une impulsion horizontale. Si cela est fait aux extrémités du mouvement, la période sera altérée. Au contraire, si on le fait dans un sens ou dans l'autre, lorsque le pendule est en position basse, la fréquence est conservée mais l'amplitude du mouvement augmente ou diminue. C'est le deuxième cas de figure qui intéresse Rayleigh pour expliquer les interactions entre oscillations acoustiques et apport de chaleur au gaz.

Considérons une onde acoustique stationnaire dans un tube rempli d'air. Pour Rayleigh, si l'on apporte de la chaleur au gaz à l'instant où la pression est maximale, alors on amplifie les oscillations. En effet, l'apport de chaleur fait augmenter la température du gaz, ce qui selon la loi des gaz parfaits tend à détendre le gaz. Or pour les oscillations périodiques considérées le gaz doit déjà se détendre une fois le maximum de pression passé. L'apport de chaleur se fait alors *dans le sens du mouvement* et amplifie les oscillations acoustiques. Au contraire, si l'apport de chaleur se fait au moment où le gaz est à sa pression minimale, la détente qui accompagne l'augmentation de chaleur s'oppose au mouvement dans le sens d'une augmentation de la pression : les oscillations sont alors inhibées.

Ainsi, Rayleigh propose de regarder attentivement les phases relatives de l'apport de chaleur et des oscillations de pressions, c'est le critère de Rayleigh.

Il l'applique aux flammes d'hydrogène placées dans des tubes pour expliquer les observations de Sondhauss et Tyndall sur le rôle de la longueur du tube d'adduction des gaz. Pour cela, il suppose l'apparition d'ondes sonores stationnaires dans le tube d'adduction, à la même fréquence que celles dans le tube supérieur (pour une définition plus précise de ces termes on pourra se reporter à la partie 5.2.1, et à la figure 14). On note λ la longueur d'onde associée dans le milieu des gaz frais, et T la période. Dès lors, pour Rayleigh, si la longueur du tube d'adduction est inférieure à $\lambda/4$, alors l'éjection maximale des gaz sera de $T/4$ en avance sur le maximum de pression. En considérant que le maximum de chaleur dégagée prend du temps, on retrouve le critère dans *le sens du mouvement*. Si la longueur est entre $\lambda/2$ et $3\lambda/4$ c'est désormais la pression maximale qui est en avance de $T/4$ sur l'éjection maximale, si bien qu'avec

les mêmes considérations, on retrouve un dégagement de chaleur maximal lorsque la pression est minimale, cela *s'oppose à l'entretien des oscillations*. Rayleigh ne détaille pas plus ses explications. Nous en proposons une interprétation en partie 5.3.1.

Le phénomène sera de nouveau étudié au XX^e siècle. En 1922, Richardson propose une étude expérimentale [19] pour revenir sur les manipulations de Sondhauss et les explications de Rayleigh à propos du rôle de la longueur du tube d'adduction des gaz. Il montre avec des flammes de diffusion que des ondes stationnaires sont bien présentes et dans le tube supérieur et dans le tube d'adduction des gaz, que dans les domaines prédits par Rayleigh les oscillations ont bien lieu mais trouve aussi d'autres domaines que Rayleigh n'avait pas prédits. Il montre également par la photographie qu'une flamme qui rend deux harmoniques simultanément dans le tube est divisée en une grande flamme et deux petites flammes, superposées.

Enfin, dans un article de 1945 [9], Taber-Jones reprend l'ensemble des hypothèses avancées historiquement pour tenter d'expliquer le phénomène des flammes chantantes. En s'appuyant sur les expériences consignées par Sondhauss il cherche à développer certaines explications. Comme il le note le phénomène a pu être observé aussi bien pour des flammes de diffusion que des flammes de prémélange, et pas nécessairement avec des tubes d'adduction des gaz. Il rappelle les faits expérimentaux avérés ([10], [19], [7]) que nous avons déjà mentionnées.

En repartant de l'observation selon laquelle des combinaisons particulières de flamme, de tube, de buse de sortie, de tuyau d'acheminement des gaz conditionnent le phénomène, son travail dévoile le rôle important joué par le temps entre la perturbation de débit d'arrivée des gaz et le moment où la combustion a lieu au sommet de la flamme (voir partie 2.1.3), c'est à dire le temps que mettent les gaz frais à passer de la buse au front de flamme. Il montre que ce temps doit être légèrement supérieur à une demi-période du son devant être émis. Les fluctuations de vitesse des gaz, tout comme la viscosité des gaz, influent sur ce temps, ce qui permet à Taber-Jones d'expliquer les positions pour lesquelles une flamme donnée pourrait chanter, en fonction de l'amplitude locale des fluctuations de vitesse. Une explication complémentaire sera donnée en partie 5.3.2.

3.1.3 • LES FLAMMES SENSIBLES

Au delà des flammes chantantes, certains au XIX^e siècle s'intéressent également aux « flammes sensibles. » Il s'agit de flammes nues, ie. exposées à l'air libre, à proximité desquelles un son - des paroles, de la musique ou un ton pur - est émis. On remarque alors que la flamme se déforme, avec des variations d'extension verticale de l'ordre de celle-ci, jusqu'à parfois « danser » en accord avec le son. Leconte note ainsi en 1858 qu'une flamme de lampe à gaz éclairant une salle de concert réagit à la musique jouée par un violoncelle [21]. Là encore, ce sujet connaît un certain succès à l'époque grâce à la collection de

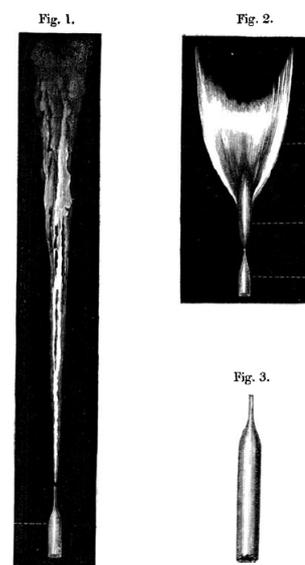


FIGURE 7 – Profils de flammes sensibles, au dessus de buses spécialement dessinées (fig. 3). Image tirée de [20]

formes et de réactions possibles. Par exemple, on trouvera dans un compte-rendu d'expériences de Lissajous [22], dans les revues scientifiques de l'époque [16] ou dans des comptes-rendus de l'expérimentateur de Tyndall, Barrett [20], des méthodes pour obtenir des flammes sensibles et une étude de leurs conditions d'existence. Il semble nécessaire d'utiliser une pression d'arrivée des gaz supérieure à celle du réseau de gaz de ville, et les faire passer au travers d'une buse serrée au dessus de laquelle se tiendra la flamme (voir figure 7). Des réglages minutieux de diamètre d'orifice, de forme de buse ou de stabilisation de la flamme sont nécessaires. On remarque aussi que c'est bien les vibrations acoustiques et non les courants d'air qui sont la raison de la réponse des flammes, et que ces flammes répondent mieux aux sons aigus.

3.1.4 • SON ET LUMIÈRE

Plus généralement, c'est une association forte entre son et flammes dans les travaux scientifiques de l'époque qu'il s'agit de souligner.

Pour les différents phénomènes mentionnés, il ressort que la lumière, et plus particulièrement la flamme qui en est une source facile à manipuler, est à l'époque très utilisée pour étudier le son. En effet, les jeux lumineux permettent un traitement analogique de l'information sonore.

Un premier exemple d'un tel traitement analogique dans un but de visualisation est celui des miroirs tournants qui sont utilisés pour détecter des vibrations mécaniques, comme nous l'avons mentionné en 3.1.1 : on conjugue par le miroir l'objet à étudier et son image projetée sur un écran. Le miroir étant en rotation, la position de l'image se déplace longitudinalement. Avec une rotation suffisamment rapide, on observe une bande lumineuse continue rémanente, dont les déformations renseignent sur celles de l'objet (si celui-ci ne bougeait pas, la bande serait droite). C'est aussi sur cet effet qu'est basée la méthode de la flamme manométrique de König. Il est possible d'étudier des variations de pression d'un milieu en le mettant en contact avec une paroi mobile, liée à l'alimentation en gaz d'une flamme. Les variations de pression entraînent une variation d'alimentation de la flamme et donc de sa hauteur. On observe alors les mouvements de la flamme à l'aide d'un miroir tournant (voir encore [13]). C'est d'ailleurs avec un tel appareil que Richardson [19] a étudié la flamme chantante : il utilise une deuxième flamme, dite manométrique, pour observer les variations de pression dans le tube d'adduction des gaz de la première flamme.

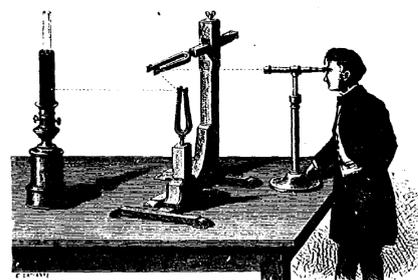


Fig. 135. — Étude optique des mouvements vibratoires.

FIGURE 8 – Montage expérimental permettant d'obtenir les courbes de Lissajous. Image tirée de [23]

D'une façon similaire sont apparues les courbes de Lissajous que l'on peut obtenir aujourd'hui avec des oscilloscopes numériques. Comme représenté sur la figure 8 Lissajous monte un petit miroir sur une extrémité d'un diapason [23]. Celui-ci collecte la lumière provenant d'une bougie. Elle est renvoyée sur un autre miroir placé sur une branche de diapason placé orthogonalement, et l'on observe enfin la lumière à travers une lunette, ou sur un écran. Les vibrations simultanées de deux diapasons dans des plans orthogonaux livrent alors des courbes

caractéristiques dont la forme dépend de la différence de phase et de pulsation entre les deux diapasons. Le lecteur pourra observer une réalisation de l'expérience en visionnant [24].

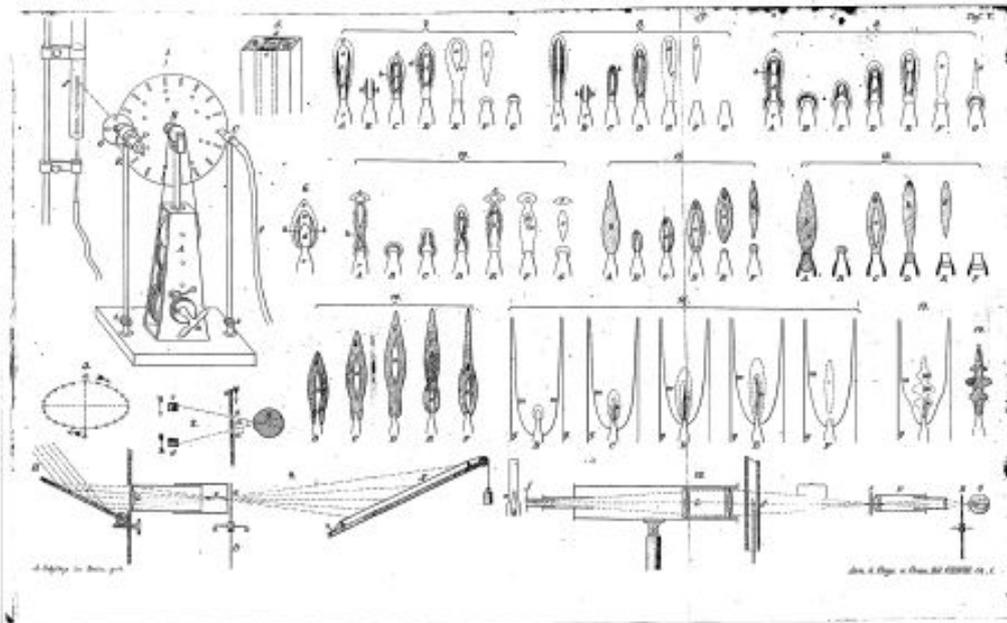


FIGURE 9 – Montages stroboscopique (en haut à gauche) et strioscopique (en bas) de Töpler permettant de décrire les « flammes chantantes » (en haut à droite). Image tirée de [25].

Par ailleurs, Rayleigh mentionne [12] que les « flammes chantantes » sont parfois utilisées comme diapason, la fréquence émise étant stable. Ces dernières sont aussi étudiées à l'aide de méthodes optiques comme la strioscopie ou la stroboscopie (en utilisant une roue munie de fentes) qui permet à Töpler d'obtenir des profils de flammes dansantes, reproduits sur la figure 9, qui confirment les oscillations de la flamme lorsque le son est émis. Il remarque dans les oscillations la séparation de la flamme en deux parties, une restant attachée au brûleur et l'autre se détachant.

Enfin, nous pouvons souligner **l'importance du spectacle dans les travaux scientifiques** de l'époque. Beaucoup des textes que nous avons cités [18] [7] [14] sont originellement issus de discours donnés face aux différentes académies des Sciences. Dans les textes, la démonstration, la volonté de donner à voir les phénomènes au public est très présente, et les « flammes chantantes et sensibles » sont des objets qui s'y prêtent bien. De nombreux dispositifs sont construits, toujours plus impressionnants à l'image du « pyrophone ». Cet aspect de démonstration est particulièrement frappant chez Tyndall : il déclame par exemple des vers de Racine face à des flammes [7], pour en étudier la réponse face aux différentes voyelles et consonnes. Il propose aussi : « Que dans cet auditoire la personne la plus éloignée me fasse le plaisir de siffler, ou de prononcer *Hiss*, ou répéter le vers *Pour qui sont ces serpents...*, la flamme lui fera sur-le-champ un accueil sympathique » [7].

4

QUELQUES APERÇUS ARTISTIQUES

Pour continuer dans cette veine artistique, nous avons cherché à regarder sommairement quelle pouvait être la place du feu et des flammes dans l'histoire de l'art.

4.1 UN IMAGINAIRE DE DESTRUCTION

Dans l'imaginaire collectif, reflété par certaines œuvres d'art, la flamme, qui est l'objet de ce projet, est synonyme d'enfer, et de destruction. Attardons-nous sur deux exemples pour comprendre combien cette vision est ancrée dans notre culture.

Une première œuvre révélatrice de cette manière de voir la flamme est le Jugement Dernier, de Hans Memling.

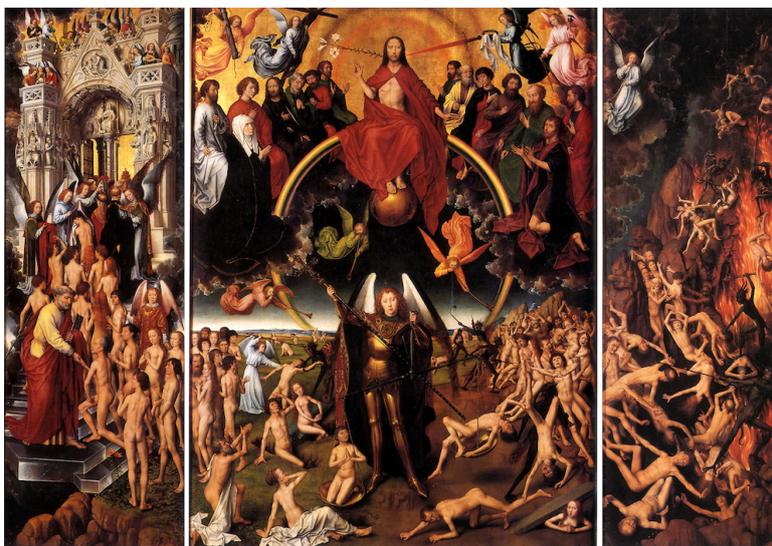


FIGURE 10 – Hans MEMLING, *Le Jugement Dernier*, 1470

Ce tableau est un triptyque, peint vers 1470 sur commande d'un banquier florentin. Il sera restauré en 1851 [26]. Ne nous attardons pas sur son histoire, ni sur les deux volets de gauche ; mais concentrons-nous sur celui de droite. Il représente les damnés, qui sont jetés en enfer et accueillis chaleureusement par les démons dans des flammes tourbillonnantes. Ici est établi un lien manifeste entre feu et enfer. Dans la tradition judéo-chrétienne, l'enfer, lieu où se retrouvent les damnés à leur mort, est en effet toujours lié à une fournaise. Victor Hugo le dira en ces termes : « *Enfer chrétien, du feu. Enfer païen, du feu. Enfer mahométan, du feu. Enfer hindou, des flammes. À en croire les religions, Dieu est né rôti* ». Cette tradition de « géhenne de feu » proviendrait d'un « ravin maudit près de Jérusalem, où les cadavres, rongés de vers, étaient brûlés » [27]. Cette description correspond bien à la représentation qu'en fait Memling sur son triptyque : les damnés, qui proviennent de la balance de l'archange au centre du triptyque, sont

traînés par des démons sombres armés de fourches incandescentes, vers un ravin enflammé ; les damnés gesticulent et tentent de s'éloigner de la fournaise. La flamme est ici très présente comme outil du tourment, de la torture. Memling traduit en peinture une idée enracinée dans toutes les religions, comme le soulignait Hugo : la flamme comme peine éternelle, qui torture et qui consume. Dans le contexte de l'enfer, cette flamme n'a que des aspects négatifs, elle est la caractéristique du lieu de terreur par excellence.



FIGURE 11 – William TURNER, *L'incendie de la Chambre des Lords*, 1835

Cet aspect destructeur, consumant de la flamme est aussi présent dans d'autres contextes que la religion : il se retrouve aussi dans des thèmes autour de l'incendie, comme sur la toile *Incendie de la Chambre des Lords*, de William Turner.

En 1834, le palais de Westminster fut ravagé par les flammes. Ce gigantesque incendie fut une source d'inspiration pour William Turner, qui en fit un tableau en 1835. Alain Jaubert, dans *Les carnets secrets*, déclare à propos de ce tableau : « *Le cataclysme total, une sorte de fin du monde, d'apocalypse, la nuit, le feu, les couleurs magiques et létales, le jaune et le rouge* » [28]. Si ses jeux de lumière et de reflets dans la Tamise font de lui un peintre reconnu, précurseur de l'impressionnisme [29], c'est une flamme impressionnante par ses dimensions et sa férocité qu'il peint. En représentant cet incendie, Turner rend l'impression que donne chaque incendie de cette taille, que ce soit Westminster, Notre-Dame de Paris ou les forêts australiennes plus récemment : incontrôlable et destructeur. Voilà une autre image qui reste marquée dans l'imaginaire collectif.

Flamme destructrice, ravageuse, incendie, enfer : voilà ce qui s'associe dans notre esprit à l'idée de flamme. Dans notre projet, nous renversons toutes ces idées, en montrant une flamme créatrice, artiste : une flamme qui chante. Tout comme Turner qui en représentant cet incendie ravageur, démontre paradoxalement sa maîtrise de la lumière et des couleurs : le feu sert l'art. Comme Gilles Deleuze le soulignera à propos de la peinture [30], c'est de la catastrophe, du « chaos abîme » dans l'esprit du peintre que doivent naître les couleurs et la lumière qui structurent et irradiant l'œuvre, comme le « le globe de feu, le globe de lumière de Turner. »

Soulignons que faire chanter la flamme retournerait aussi un autre contradiction : la petite flamme, de bougie ou de cheminée, respire le calme, diffuse l'espoir et la sérénité. En la faisant chanter, on rappelle que la flamme inoffensive est capable de bien plus.

4.2 SHADOW OF A FLAME : BOUSCULONS L'IMAGINAIRE ET RETROUVONS LA FLAMME

C'est le point de départ de toute recherche scientifique : un étonnement devant un phénomène qui semble ne pas aller de soi. Nous n'aurions certainement jamais entendu parler de celui-ci si nous n'étions pas tombés dessus par hasard. Au travers des écrits de Boyer [1], nous avons découvert un côté inattendu de la flamme : contrôlée — via le dosage de prémélange, et la vitesse d'éjection des gaz, elle devient créatrice : placée dans un tube en verre, dans certaines conditions expérimentales, la flamme se met à chanter, émettant un « *son musical clair et retentissant* », comme le rapporte Tyndall ([7], page 234). Contrôlée et artiste, voilà qui bouscule notre imaginaire : de quoi dérouter un spectateur non averti et initier une réflexion autour du phénomène. Une question se pose alors : que voulons-nous en faire ?

L'idée directrice de ce projet est d'appréhender au mieux le phénomène, tant théoriquement que pratiquement, pour ensuite pouvoir le mettre en forme, l'exploiter afin d'en tirer une structure présentable à un public large. Nous nous sommes en effet mis dans la perspective de permettre à un public non scientifique de s'émerveiller devant la flamme chantante.

Aujourd'hui la notion d'instabilités thermoacoustiques introduite par Rayleigh est au cœur de nombreux projets de recherche au vu de l'importance industrielle qu'elles acquièrent (nous ne reviendrons pas en détail sur ce sujet, le lecteur est invité à consulter les ouvrages de Poinot et Veynante [31] ou encore de Borghi et Destriau [2] pour quelques exemples). Ce sont ces enjeux industriels qui motivent les recherches. Une applications des flammes chantantes a même été trouvée : elles améliorent les performances des détecteurs à ionisation de flammes. Ces appareils sont utilisés dans la pétrochimie ou l'industrie pharmaceutique pour analyser la composition de mélanges en ionisant des molécules organiques. Une étude de 1964 [32] a prouvé qu'il était possible de multiplier par deux ou trois la sensibilité de ces détecteurs en utilisant des flammes d'hydrogène chantantes.

Au contraire, de notre côté, c'est l'esprit de découverte et de curiosité des expériences du XIX^e siècle que nous souhaiterions faire revivre une fois que nous aurons pu documenter le phénomène. De la sérendipité originelle de Higgins, au spectacle visuel et sonore associé à l'étude du phénomène, en passant par les nombreux moyens de transduction analogiques qui permettent de rendre la flamme sous une autre angle, c'est l'émerveillement devant le phénomène que nous souhaitons faire revivre. Entendre la flamme chanter, la faire dialoguer avec une autre, étaler sa trace lumineuse dans l'espace, tout cela grâce à une association surprenante entre acoustique et optique, sans aucune aide du numérique : c'est un appel au rêve que nous souhaiterions créer, grâce aux *ombres de la flamme*.

5

MANIPULATIONS ET THÉORIE

Revenons désormais sur notre exploration scientifique du sujet. Nous proposons d'exposer notre travail autour des différentes questions qui ont structuré nos recherches et qui sont apparues progressivement. Nous mêlons ici aspects théoriques et aspects pratiques, avec les résultats que nous avons d'ores et déjà obtenus, ainsi que des pistes de ce que nous pourrions faire lorsque nous pourrions poursuivre notre travail dans des circonstances plus propices.

5.1 EXPÉRIENCE 0 : PEUT-ON REPRODUIRE LE PHÉNOMÈNE SIMPLEMENT ?

Nous avons commencé à expérimenter avec une bougie, mais il est apparu impossible de faire chanter les tubes malgré de nombreuses tentatives. Pour la suite des expériences, nous avons donc utilisé un brûleur à gaz *Rothenberger Roxy eco*² qui crée une flamme de prémélange à partir de dioxygène et de butane.

Premières observations de la résonance Lors de nos expériences, nous avons d'abord observé qu'il est difficile de rassembler toutes les conditions pour faire chanter la flamme car pour y parvenir nous avons dû jouer sur la position de la flamme dans le tube et sur la proportion de combustible et de comburant.



FIGURE 12 – Flamme alignée avec la graduation correspondant à $\frac{L}{4}$

Notre dispositif d'expérience reste rudimentaire, donc nous ne pouvons pas conclure pour le moment sur la composition de la flamme que nous avons utilisée. En revanche, nous pouvons, à l'aide de nos prises de vue et des repères que nous avons placés sur le tube observer que la résonance a bien lieu lorsqu'on place la base de la flamme à une hauteur proche de $\frac{L}{4}$ où L est la longueur du tube (voir figure 12). Cela est conforme aux résultats théoriques. La forme coudée de notre chalumeau ne nous a pas permis de voir si on peut entrer en résonance à d'autres endroits, proches d'autres noeuds en $\frac{L}{2}$ ou $\frac{3L}{4}$.

On remarque également qu'une fois qu'on a réuni les conditions pour faire chanter les flammes, on peut orienter le tube dans n'importe quelle direction et le tube continue de chanter. Pour l'existence du chant, avec un flux de gaz imposé par le brûleur, la gravité ne joue pas un rôle déterminant.

2. Poste à souder Rothenberg, disponible en 2020 sur <https://www.leroymerlin.fr/v3/p/produits/poste-a-souder-bigaz-rothenberger-roxy-eco-1101-e1501799660>

5.2 QUESTION 1 : À QUOI CORRESPONDENT DONC CES FRÉQUENCES ?

Nous nous sommes d'abord demandé quelles étaient les fréquences sonores obtenues en fonction des paramètres du tube. C'est le point clé de notre démarche puisqu'il est nécessaire de maîtriser cette grandeur si on souhaite dimensionner une installation par la suite (dispositif optique notamment).

5.2.1 • UNE PREMIÈRE ANALYSE ACOUSTIQUE

Nous avons d'abord souhaité vérifier si la fréquence du chant de la flamme correspond à la fréquence de résonance du tube sans flamme ni brûleur. Nous présentons son calcul ci-dessous. Pour cette étude, nous nous plaçons dans le cadre de **l'approximation acoustique** : nous négligeons les phénomènes dissipatifs (conduction thermique et viscosité). Les efforts volumiques (gravité) sont négligés et en particulier, nous supposons que les variations de température sont négligeables dans le tube. Nous considérons une approximation linéaire des grandeurs qui entrent en jeu, en effectuant un changement de variable pour les variations de la pression et de la masse volumique autour des valeurs moyennes :

- la pression $p = p_0 + p_1$ avec $p_1 \ll p_0$
- la masse volumique $\rho = \rho_0 + \rho_1$ avec $\rho_1 \ll \rho_0$
- la vitesse \vec{u} avec $\|\vec{u}\| = o(1)$

Dans un premier temps, on considère la section négligeable devant la longueur du tube et donc que ces grandeurs sont invariantes sur une section donnée et dépendent uniquement de x l'abscisse dans le sens de l'axe de révolution du tube et du temps t (ondes planes). On note $\vec{u} = u.\vec{x}$.

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

soit après changement de variable

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}(p)} = \vec{0}$$

soit après changement de variable

$$\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

Équation de comportement du fluide

On suppose que la transformation est adiabatique réversible, soit isentropique. On a dans ce cas le coefficient de compressibilité isentropique :

$$\chi_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_S \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho_1}{p_1}$$

soit

$$\rho_1 = \rho_0 \chi_S p_1 \quad (6)$$

$$(4) + (6) \Rightarrow \rho_0 \chi_S \frac{\partial p_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

En dérivant (7) par rapport à t et (5) par rapport à x , on en déduit l'équation d'ondes sur la pression :

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

avec

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_S}}$$

et une équation identique pour la vitesse.

On recherche alors les solutions harmoniques de cette équation 8, soit des solutions en pression sous la forme suivante, où ω est la pulsation :

$$p_1(x, t) = A \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \phi_1 \right) - B \sin \left(\omega \left(t + \frac{x}{c_0} \right) + \phi_2 \right)$$

Or en $x = 0$ et $x = L$ où L est la longueur du tube, le tube est ouvert et l'extérieur est un grand réservoir d'air à la pression atmosphérique, il est donc naturel en première approximation de fixer $p_1(0, t) = p_1(L, t) = 0$ pour tout t . Cela donne une quantification des pulsations possibles : $\frac{\omega L}{c_0} = n\pi$ avec $n \in \mathbb{N}$. Après factorisation des sinus, on obtient :

$$p_1(x, t) = C \cos(\omega t + \phi) \sin \left(\frac{\omega x}{c_0} \right)$$

à une phase temporelle ϕ près. La fréquence fondamentale de résonance du tube est ainsi

$$f_0 = \frac{c_0}{2L}$$

Dépendance avec la température

En thermodynamique, on a la relation

$$\frac{\chi_T}{\chi_S} = \gamma \text{ avec } \chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \text{ le coefficient de compressibilité isotherme}$$

et γ le coefficient de Laplace, que nous prendrons égal à 1.4, et indépendant de la température.

En considérant l'air comme un gaz parfait, on a alors la relation $pV = nRT$. Ainsi

$$\chi_T = -\frac{p}{nRT} \left(\frac{-nRT}{p^2} \right) = \frac{1}{p} = \frac{V}{nRT} = \frac{M}{\rho_0 RT}$$

Avec M la masse molaire de l'air.

On en déduit donc la formule

$$c_0 = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \quad (9)$$

qui donne une fréquence du fondamental en fonction de la température

$$f_0 = \frac{1}{2L} \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \quad (10)$$

Tube cylindrique Le calcul précédent est valable pour un tube long. Or, nous avons accès à des tubes d'un diamètre de l'ordre de $10^{-2}m$ et d'une longueur de l'ordre de $10^{-1}m$, le rapport diamètre sur longueur n'est donc pas vraiment négligeable. On se propose ici de raffiner les calculs d'ondes stationnaires en intégrant la géométrie transversale du tube, cylindrique pour nos expériences.

Pour cela, on reprend un développement des grandeurs p , u et ρ au premier ordre, en les supposant harmoniques, ie fonctions découplées des variables de temps et d'espace :

$$p_1 = \text{Re}(p_e(\vec{r}).e^{-i\omega t})$$

$$\vec{u}_1 = \text{Re}(u_e(\vec{r}).e^{-i\omega t})$$

$$\rho_1 = \text{Re}(\rho_e(\vec{r}).e^{-i\omega t})$$

En reprenant les équations de Navier-Stokes dans le cadre de l'approximation acoustique, on obtient pour les fonctions harmoniques l'équation dite de Helmholtz [31] :

$$\nabla^2 p_e + k^2 p_e = 0 \quad (11)$$

où

$$k = \omega/c_0 \text{ est le vecteur d'onde} \quad (12)$$

Nous cherchons à résoudre cette équation dans le cadre d'un tube cylindrique de longueur L et de rayon ξ . On se place pour cela en coordonnées cylindriques avec les variables d'espace

(r, θ, z) , le tube étant orienté selon l'axe \vec{u}_z et une extrémité placée en $z = 0$, l'autre en $z = L$. En supposant les bords du tube rigides et imperméables, on a les conditions aux limites suivantes :

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_e = 0 \quad (13)$$

ce qui donne immédiatement :

$$\vec{n} \cdot \nabla p_e = 0 \quad (14)$$

aux bords du tube. Et par ailleurs, on a pour le tube ouvert à ses deux extrémités :

$$p_1(z = 0) = p_1(z = L) = 0 \quad (15)$$

car la pression y est constante égale à la pression atmosphérique. On choisit de découpler les variables d'espace entrant en jeu dans l'expression de p_e , donc de l'écrire :

$$p_e(r, \theta, z) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot Z(z)$$

En utilisant l'expression du laplacien en coordonnées cylindriques et en divisant par p_e , on transforme l'équation de Helmholtz (11) en :

$$\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \cdot \frac{R'}{R} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\Theta''}{\Theta} + \frac{Z''}{Z} + k^2 = 0 \quad (16)$$

On voit apparaître d'une part une fonction de r et de θ , et une fonction de z d'autre part. Après quelques manipulations algébriques, on montre que les fonctions R , Θ et Z vérifient respectivement les équations suivantes :

$$\frac{Z''}{Z} + k_z^2 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\Theta''}{\Theta} + n^2 = 0 \quad (18)$$

$$r^2 R'' + r R' + (k_r^2 - n^2) R = 0 \quad (19)$$

où n est une constante entière pour assurer $\Theta(\theta) = \Theta(\theta + 2\pi)$. On effectue le changement de variable $x = k_r \cdot r$, avec $J_n(x) := R(r)$, et (19) devient :

$$x^2 \cdot \frac{d^2 J_n}{dx^2}(x) + x \cdot \frac{d J_n}{dx}(x) + (x^2 - n^2) J_n = 0 \quad (20)$$

Cette dernière équation (20) nous indique que J_n est la fonction de Bessel de première espèce associée au paramètre n . Les conditions aux limites (14) indiquent que k_r est tel que :

$$\frac{\xi \cdot k_r}{\pi} = \beta_{mn} \quad (21)$$

où β_{mn} est le m -ième zéro de la fonction $J'_n(\pi \bullet)$, m étant un entier. Finalement, on trouve donc une quantification des ondes stationnaires pouvant apparaître dans le tube :

$$p_e(t, \theta, z) = J_n(\pi \cdot \beta_{mn} \frac{r}{\xi}) \cdot \sin(q\pi \frac{z}{L}) \cdot (P e^{in\theta} + Q e^{-in\theta}) \quad (22)$$

où m , n et q sont des entiers, et P et Q deux constantes réelles. On en déduit, avec (12) les fréquences de résonance pouvant exister dans le tube :

$$f_{m,n,q} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{\beta_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{L}\right)^2} \quad (23)$$

Comme $\beta_{0,0} = 0$, on retrouve pour la première harmonique le même résultat que celui trouvé précédemment.

Correction de bout Si les résolutions précédentes donnent une très bonne première approximation, il est mentionné abondamment dans la littérature qu'une correction doit être apportée pour correspondre aux valeurs empiriques et prendre en compte les effets de bout. Il est en effet illusoire dans notre situation de considérer un coefficient de réflexion valant exactement -1 aux extrémités du tube : si seules des ondes purement stationnaires s'établissent dans le tube et qu'aucune puissance n'est rayonnée à l'extérieur, aucun son ne serait entendu ! Pour prendre en compte cet effet, pour lequel [33] (pages 46, 47) s'ajoute la question de l'inertie du fluide dont la vitesse est maximale au bout du tube, on doit considérer une longueur virtuelle de tube valant $L_{tube} + 2\delta l$, où δl est fonction du rayon ξ du tube et est à prendre en compte pour chaque extrémité ouverte. Nous trouvons dans [34] la valeur $\delta l = 0,6133\xi$ pour un tube sans évasement.

Nous tâcherons donc de prendre en compte une longueur de référence

$$L_{virtuelle} = L_{tube} + 1,2 \cdot \xi \quad (24)$$

où ξ désigne le rayon du tube, pour commenter nos valeurs expérimentales.

5.2.2 • PREMIÈRE EXPÉRIENCE

Nous proposons ensuite de mesurer la fréquence du chant des flammes dans nos tubes, pour les comparer à ces premières approximations.

Matériel à disposition

- Chalumeau butane- O_2
- Tube de verre
- Support

Nous utilisons dans nos expériences le chalumeau butane O_2 acheté en grande surface. Il a l'inconvénient de ne pas proposer de réglage fin sur le débit mais permet de débiter les expériences de manière efficace.

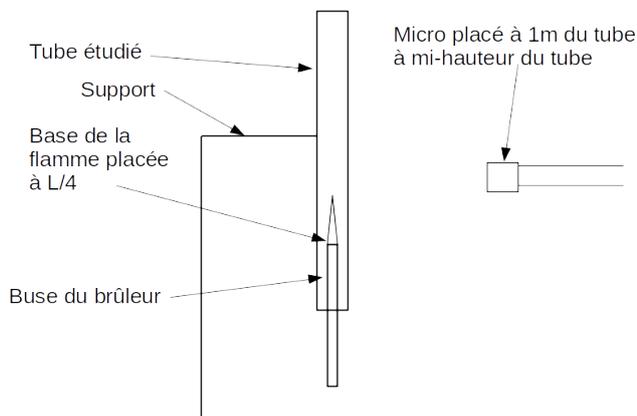
Nous nous sommes procuré les deux tubes en verre chez le maître verrier de l'École, en voici les caractéristiques :

	longueur (cm)	diamètre intérieur (cm)
Grand tube	36,0	4,2
Petit tube	30,0	2,5

Ces tubes sont de dimension facile à manipuler et ne nécessitent pas un dispositif trop grand pour les maintenir en place. D'où leur choix. Le verre a été choisi afin de pouvoir réaliser aisément des mesures de la position de la flamme et de sa forme ultérieurement.

Le support est quant à lui réalisé en atelier sur-mesure par nos soins étant donné qu'il n'existe pas de solution standard capable de maintenir ce genre de dispositif et résistante à la chaleur. C'est donc une pièce en fer qui a été retenue. Nous aurions apprécié travailler avec un matériau qui isole davantage le tube des vibrations comme le bois mais celui-ci ne convient pas compte tenu des températures en jeu.

Protocole



(a) Schéma



(b) Réalisation pratique

FIGURE 13 – Première expérience

- Nous allumons le brûleur à l'extérieur du tube
- Nous insérons progressivement la base de la flamme à une hauteur proche du quart de la longueur du tube considéré
- Nous réglons le débit de combustible/comburant jusqu'à obtenir un son (nous ne disposons cependant pas de valeurs de réglage)
- Nous mesurons à l'aide d'un microphone placé loin du tube (1m) le son sur une période de 10s

Résultats

Nous observons tout d'abord qu'il est difficile d'obtenir un son. Seuls certains réglages de débit permettent effectivement d'obtenir une résonance du tube et de pouvoir effectuer une mesure. Toutefois, une fois le phénomène initié, la fréquence et l'amplitude est constante dans le temps

ce qui permet de faire une mesure précise de fréquence.

Pour l'exploitation des données, nous avons utilisé le logiciel de traitement audio *Audacity* et le module intégré d'analyse de spectre sur les échantillons captés dans l'expérience. Par ailleurs, nous avons mesuré l'intensité sonore à l'aide d'un sonomètre. Nous avons mesuré une intensité de $96dB$ ce qui correspond à un son très fort et en accord avec les remarques des expérimentateurs dans les ouvrages historiques [7].

Nous obtenons les résultats suivants

Longueur du tube (cm)	Fréquence mesurée (Hz)	Fréquence théorique (Hz)	Écart relatif
30	686	544	26 %
36	497	446	11 %

Dans les calculs précédents, on considère le tube à température ambiante de façon uniforme, soit $T = 293K$ et on utilise la formule (10) avec les corrections de bout (24).

5.2.3 • COMMENTAIRES DES RÉSULTATS OBTENUS

Nous observons ainsi que si les fréquences trouvées sont du bon ordre de grandeur, on a néanmoins un écart relatif très important.

On en déduit immédiatement que le modèle retenu dans la partie précédente ne convient pas et ne permet pas de mettre en lumière les phénomènes physiques mis en jeu : la flamme, contrairement à ce qui était attendu, ne joue pas seulement le rôle d'amplificateur des modes propres du tube mais elle a *a priori* une réelle influence sur les modes de résonance eux-mêmes. Il convient donc de poursuivre notre analyse.

À ce stade, il aurait pu être possible de prendre un jeu de tubes de diamètre constant, de longueurs variables et de tracer la fréquence de résonance en fonction de la longueur pour arriver à une loi empirique. Cette méthode simple reste néanmoins inaccessible compte tenu des moyens financiers et logistiques de notre projet : nous devons davantage raffiner la partie théorique.

Remarque : ces résultats sont issus des premières expérimentations réalisées lors du mois de Décembre en extérieur par mesure de sécurité, n'ayant pas encore accès aux laboratoires de l'ENSTA. Le tube était donc plus froid que lors des expérimentations que nous présentons dans les parties suivantes. Nous noterons donc que la température extérieure étant plus faible que lors des expériences réalisées ensuite en laboratoire, en plus du temps d'expérimentation en continu significativement réduit compte tenu des conditions climatiques, les fréquences mesurées sont naturellement légèrement inférieures à celles trouvées en laboratoire.

5.3 QUESTION 2 : RÉSONANCE ET THERMO-ACOUSTIQUE

Nous avons vu dans la première expérience que ne pas considérer la flamme dans la modélisation ne permet pas d'estimer la fréquence du chant de façon précise. Nous nous proposons

donc dans cette partie de rajouter une modélisation simple de cette dernière en essayant d'éviter une modélisation complète de la flamme comme mentionné dans la partie 2.2.

5.3.1 • LE CRITÈRE DE RAYLEIGH

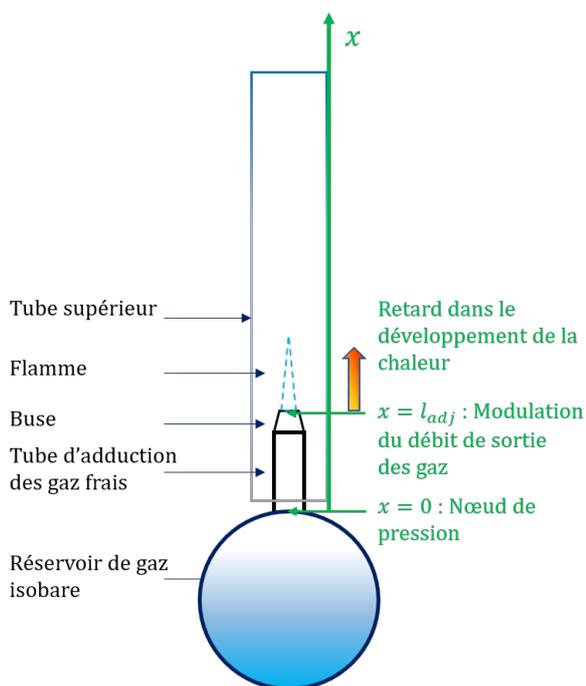


FIGURE 14 – Situation de flamme chantante étudiée par Rayleigh et Sondhauss.

Commençons par revenir sur le critère avancé par Rayleigh appliqué à une situation similaire à celle de la figure 14, que nous avons mentionné en partie 3.1.2. Nous pouvons en proposer l'interprétation suivante :

On considère que des ondes stationnaires de pulsation ω , associées au tube supérieur, se développent aussi dans le tube d'adduction des gaz. Dans ce milieu, elles ont une longueur d'onde λ et une période T . Il doit y avoir un noeud de pression en $x = 0$ (approximativement, sans prendre en compte les corrections de bout [24]), à la rencontre entre le tube d'adduction des gaz et le réservoir isobare. Dès lors, on écrit les variations de p et de la vitesse des gaz u autour de leur valeur moyenne, respectivement p_e et u_e , sous la forme d'ondes harmoniques, ce qui donne :

$$p_e(t) = p_{e0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cdot \sin(\omega t)$$

$$u_e(t) = u_{e0} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cdot \cos(\omega t)$$

À la sortie de la buse, en $x = l_{adj}$ fixé, on divise ces grandeurs par leur valeur maximale pour connaître le retard ou l'avance entre le moment où p atteint sa valeur maximale, et celui où le débit des gaz est maximal ($D = u \cdot S_{buse}$) où S_{buse} est la surface d'ouverture de la buse. Cela nous donne

$$\tilde{p}_e(t) = \text{sgn}\left(\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right) \cdot \sin(\omega t)$$

$$\tilde{u}_e(t) = \text{sgn}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right) \cdot \cos(\omega t)$$

On obtient alors le résultat qu'avancait Rayleigh [12] que nous avons exposé partie 3.1.2, comme le résume la figure 15.

Taber-Jones [9] notera cependant que l'existence d'ondes stationnaires dans le tube d'adduction des gaz n'est pas toujours effective, et que ce n'est pas une condition nécessaire au chant. Toutefois, l'idée d'instabilité thermo-acoustique, et de temps de retard du dégagement de chaleur par rapport aux variations de pression est féconde.

l_{adj}	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$\frac{3\lambda}{4}$	λ
ϕ tel que $\tilde{u}_e(t - \phi) = \tilde{p}_e(t)$	$-\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$
Avance ou retard de $\frac{T}{4}$ de \tilde{u}_e sur \tilde{p}_e	Avance	Retard	Avance	Retard	Retard

FIGURE 15 – Conditions d’entretien thermo-acoustique (vert : favorable, rouge : défavorable) selon la position de la buse

Aussi, le critère d’instabilité thermoacoustique de Rayleigh (libération maximale de chaleur *dans le sens du mouvement*, ie lorsque la pression est maximale), admet aujourd’hui des formulations plus modernes.

Une première a été donnée par Putnam, elle consiste à réécrire le critère sous une forme temporelle :

$$\int_0^T p(t) \cdot \dot{\omega}(t) dt > 0 \quad (25)$$

avec $\dot{\omega}$ la variation de chaleur dégagée et \tilde{p}_e les variations de pression, l’intégrale étant prise sur une période d’oscillation T . Cela signifie que le terme de source d’énergie acoustique doit être positif localement.

Comme le souligne Poinsot [31], cette dernière équation ne livre en fait qu’une condition nécessaire, et locale. Pour prendre en compte les effets au niveau de la flamme entière, Poinsot propose de prendre en compte le critère de Rayleigh généralisé suivant, issu d’un raisonnement et d’un bilan sur l’énergie acoustique que nous ne détaillons pas ici (voir [31], page 409) :

$$\frac{\gamma - 1}{T\gamma p_0} \int_V \int_0^T p_1(t) \dot{\omega}(t) dt dV > \frac{1}{T} \int_A \int_0^T p_e(t) u_e(t) dt dA \quad (26)$$

où V est le volume du système, A sa surface extérieure, p_e et u_e les parties variables de la pression et de la vitesse du fluide, p_0 la valeur moyenne de la pression, $\dot{\omega}$ la partie variable du dégagement de chaleur. Cela revient à dire que le terme de source d’énergie acoustique dû à la combustion (à gauche dans l’équation) doit être supérieur aux flux dissipé à travers la surface du système (à droite dans l’équation) pour que l’énergie acoustique croisse.

Ce nouveau critère est plus délicat à exploiter, mais le premier peut être vérifié expérimentalement avec un montage assez sommaire, impliquant un microphone et un photomultiplicateur [35].

5.3.2 • ACOUSTIQUE ET MODÈLE N- τ

Une fois cette notion de rétroaction thermo-acoustique établie, il devient possible d’essayer de caractériser les fréquences auxquelles pourrait chanter le système {tube-flamme-brûleur}. Il

s'agit de modifier la mise en équation de la partie 5.2.1, pour prendre en compte l'influence de la flamme. Une première étape peut consister à scinder le tube en deux parties de températures distinctes, les gaz frais d'une part et les gaz chauffés d'autre part, pour appliquer les équations de l'acoustique. En prenant des conditions aux limites adéquates, on devrait trouver des fréquences différentes du cas avec une seule température moyenne.

Dans la continuité, on peut choisir de caractériser plus précisément l'influence de la flamme, en choisissant de formaliser l'idée de retard dans le dégagement de chaleur mentionnée aux parties 3.1.2 et 5.3.1 pour la prise en compte des conditions de raccord entre les deux parties de tube évoquées ci-dessus. C'est l'objet du modèle « $n - \tau$ » que nous présentons ci-dessous.

La suite des calculs suit la démonstration faite dans l'ouvrage de Thierry Poinsot et Denis Veynante [31].

Considérations physiques

Nous faisons l'approximation d'une flamme sans étendue verticale. En effet, en notant λ_{flamme} la longueur de la flamme, on a dans les conditions qui nous intéressent :

$$\lambda_{flamme} \sim 10^{-2}m \ll \lambda_{son} \sim 10^{-1}m$$

On peut en réalité admettre que tant que la longueur de la flamme ne dépasse pas celle du tube, l'approximation reste grossièrement valable. Considérons donc le tube en figure 16. Le tube est divisé en 2 parties associées à des températures (donc célérités) et masses volumiques différentes. On adopte les notations suivantes, indicées par $i \in \{1, 2\}$ correspondant à chaque partie de tube :

$$p_i = p_{i,0} + p_{i,1}$$

$$u_i = u_{i,0} + u_{i,1}$$

La partie 5.2.1 donne donc immédiatement :

$$\nabla^2 p_{i,1} - \frac{1}{c_0^2} \partial_{tt} p_{i,1} = 0$$

$$\nabla^2 u_{i,1} - \frac{1}{c_0^2} \partial_{tt} u_{i,1} = 0$$

Nous savons que les solutions de cette équation vont se mettre sous la forme :

$$A(x, t) = A_+(t - x/c_0) + A_-(t + x/c_0)$$

Avec A_+ et A_- deux ondes planes se propageant respectivement vers la droite et vers la gauche. On introduit alors les coefficients de réflexion au niveau des extrémités ($x = 0$, $x = L$) :

$$R = \frac{A_+}{A_-}$$

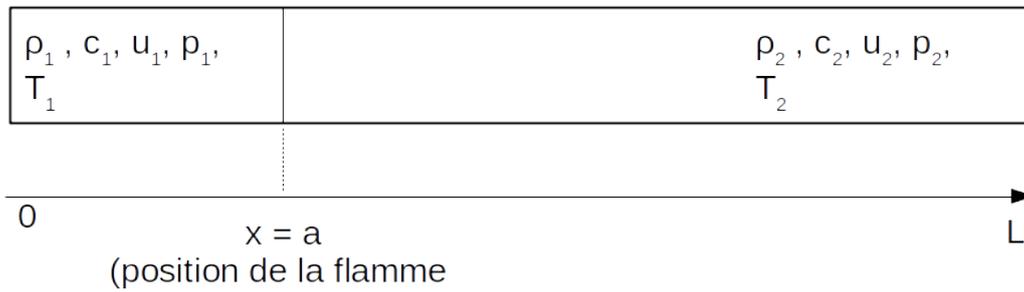


FIGURE 16 – Modélisation du tube chantant

qui valent approximativement -1 pour des extrémités de tube ouvertes. On prend donc cette valeur dans les calculs en appliquant la correction de bout [24]. On peut alors chercher des solutions à l'aide des exponentielles complexes et retrouver la relation de dispersion. On peut le faire sur les 2 parties du tube et utiliser les conditions de bord pour arriver à une relation de dispersion.

Ajouter la flamme

On cherche maintenant à ajouter l'influence de la flamme sur le modèle qui sera la source de l'instabilité. On espère trouver à l'issue des calculs une condition sur la position de la flamme dans le tube pour créer les instabilités acoustiques qui font « chanter » le tube.

Compte tenu de la modélisation, les équations de propagation de perturbations ne sont aucunement modifiées là où il n'y a pas de flamme. C'est à l'interface entre les 2 morceaux de tube que les équations sont modifiées. Les relations de passage doivent être discutées. On peut tout d'abord garder l'hypothèse :

$$p_{1,1}(a) = p_{2,1}(a) \quad (27)$$

En effet, dans l'approximation considérée, n'ayant pas de forces volumiques ou de viscosité appliquées sur le fluide, la continuité de la pression est assurée.

En revanche, le comportement de u à l'interface est très difficile à mettre en équation. En 1951, Crocco [36] propose le modèle $n-\tau$ pour la flamme. Étudiant les instabilités de combustion dans les moteurs de fusées, il propose d'expliquer ces instabilités par un retard de combustion au niveau de la buse et arrive par la théorie à des résultats concluants, en utilisant ce modèle et un modèle plus complexe utilisant une modélisation goutte à goutte du combustible. Des études plus récentes montrent qu'en effet un retard est généré par des tourbillons qui ont pu être observés [37]. L'analyse porte sur un point de vue énergétique. Reprenons l'équation 3 de la conservation de l'énergie, avec les mêmes notations qu'en partie 2.2 :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \ddot{\omega}' + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \left(\sum_{k=1}^N C_{p,k} Y_k V_k \right) \right)$$

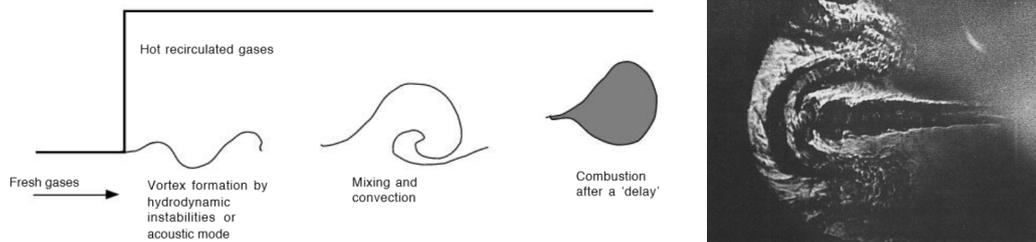


FIGURE 17 – À gauche : Retard de combustion induit par des tourbillons, issus de [31]
À droite : Observation expérimentale de ces tourbillons par T.Poinsot et al. [37]

On ne considère plus qu'une seule entité dans le mélange réactionnel. On divise l'intégralité de l'équation par $\rho C_p T$. On obtient alors une équation faisant intervenir les logarithmes des grandeurs caractéristiques, que l'on linéarise selon l'approximation acoustique. On obtient alors le système :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_i}{\partial x} \quad (28)$$

$$\frac{1}{\rho_0 c_i^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x} = \frac{\gamma - 1}{\rho_0 c_0^2} \dot{\omega}' \quad (29)$$

En intégrant 29 entre deux positions de part et d'autre de la flamme et en faisant tendre la distance vers 0, on obtient :

$$u_{1,1}(a) = u_{2,1}(a) + S \frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} \dot{\Omega} \quad (30)$$

avec cette fois $\dot{\Omega}$ la libération de chaleur concentrée au niveau de la flamme.

C'est ici qu'intervient le modèle $n - \tau$: il n'est pas possible de poursuivre la résolution tant que Ω est inconnu. Crocco [36] propose alors une modélisation des transferts thermiques : on suppose que le dégagement de chaleur est proportionnel aux mouvements du fluide pris juste au-dessus de la flamme pris avec un retard τ (le temps que la combustion démarre dans le tube). Nous retrouvons ainsi l'idée que nous avons plusieurs fois mentionnée (en 3.1.2 ou en 5.3.1). On peut donc ré-écrire le dernier terme de 30 comme ceci :

$$\frac{\gamma - 1}{\rho_{1,0} c_{1,0}^2} \dot{\Omega} = S n u_{2,1}(a, t - \tau)$$

Avec n l'indice d'interaction et τ le retard en secondes de la combustion. En ne s'intéressant qu'à des ondes harmoniques, considérer $u_{2,1}(a, t - \tau)$ revient à multiplier par un facteur $\exp(i\omega\tau)$:

$$\frac{\gamma - 1}{\rho_{1,0} c_{1,0}^2} \dot{\Omega} = S n u_{2,1}(a) e^{i\omega\tau}$$

Après substitution on trouve la relation de passage en $x = a$:

$$u_{1,1}(a) = u_{2,1}(a) (1 + n e^{i\omega\tau}) \quad (31)$$

Résolution du problème

Nous montrons en utilisant les hypothèses précédemment formulées que :

$$\boxed{\sin(k_1 a) \cos(k_2(L - a)) + \Gamma \cos(k_1 a) (1 + ne^{i\omega\tau}) \sin(k_2(L - a)) = 0} \quad (32)$$

Où $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$ et $k_2 = \frac{\omega}{c_2}$ sont les 2 vecteurs d'onde associés et $\Gamma = \frac{c_2}{c_1}$. Bien sûr ici la pulsation ω n'est pas nécessairement réelle et peut avoir une partie imaginaire non nulle. La partie réelle de ω donnera la pulsation acoustique associée au mode propre et la partie imaginaire la stabilité ou non de ce mode. En effet, si la partie imaginaire est non nulle, on a :

$$u(x, t) \sim e^{Im(\omega)t}$$

Donc u diverge si ω est de partie réelle positive.

Remarques sur les résultats obtenus

Tout d'abord observons que l'équation (32) reste valable lorsque la flamme n'est pas dans le tube. En effet, pour $n = 0$ et $\Gamma = 1$ on obtient :

$$\sin(k_1 a) \cos(k_2(L - a)) + \Gamma \cos(k_1 a) (1 + ne^{i\omega\tau}) \sin(k_2(L - a)) = \sin(k_1 L) = 0$$

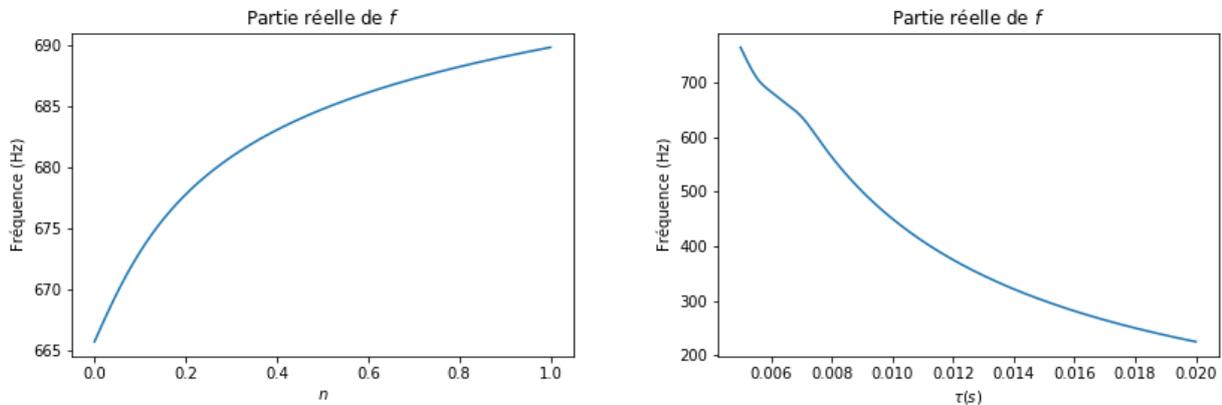
Qui est l'équation trouvée dans la partie 5.2.1 sans la flamme.

5.3.3 • UTILISATION DU MODÈLE

Le modèle $n-\tau$ fournit une équation de dispersion : c'est ce que nous cherchions initialement. Malheureusement, cette manipulation a un prix : deux nouvelles variables ont été introduites. Il ne sera donc pas possible, à partir de cette modélisation, de fournir une catégorisation absolue valable pour tous les tubes. Les paramètres n et τ étant largement dépendants du brûleur ou des gaz employés par exemple, nous proposons dans la suite d'étalonner ces valeurs à partir de données expérimentales et de valider le comportement autour du point de référence. Alors, à défaut d'être en capacité de prévoir le comportement sur tout le tube, nous pourrions tout de même exploiter ces résultats de façon pratique. Nous espérons ainsi pouvoir accorder un tube en connaissant son comportement autour d'une position.

Dans la littérature, il est mentionné que seule une simulation complète de la flamme [38] par éléments à grande échelle permet de déterminer efficacement les paramètres n et τ . Nous n'avons ni les compétences ni les moyens temporels d'exploiter une telle simulation.

Il ressort de notre étude numérique que les résultats fournis par le modèle sont très variables (voir figure 18) en fonction des paramètres n et τ : une petite variation des paramètres entraîne une grande variation des résultats. La résolution étant effectuée sur `Python`, nous utilisons les solveurs intégrés à la bibliothèque `scipy` [39]. L'équation 32 étant hautement non-linéaire, il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques les plus performantes possibles pour assurer une convergence rapide vers la bonne solution. De plus, l'équation possède de fait plusieurs solutions (et en particulier la solution triviale $\omega = 0$). Il faut donc s'assurer que le programme

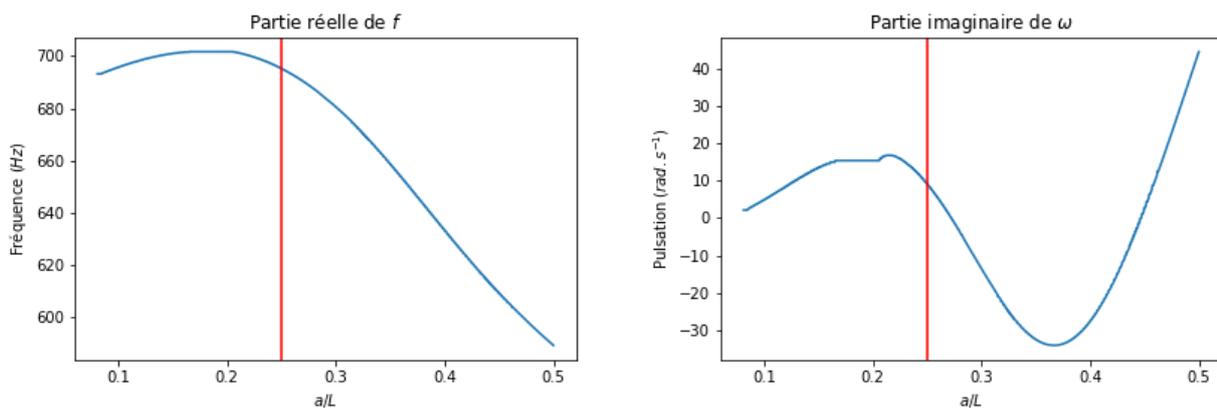


(a) Partie réelle de f en fonction de n , $\tau=0.01$ (b) Partie réelle de f en fonction de τ , $n=0.4$

FIGURE 18 – Dépendance des résultats en n et τ (on fixe $T_1 = 293K$ et $T_2 = 768K$)

converge vers la solution physiquement intéressante. Les algorithmes étant conçus pour itérer un processus jusqu'à convergence, il convient de leur donner une condition initiale : nous choisissons pour cela la fréquence calculée dans la partie 5.2.1 qui donne une première approximation de la position de la racine.

5.4 RÉSULTATS OBTENUS PAR SIMULATION



(a) Partie réelle de f en fonction de $a = x/L$ (b) Partie imaginaire de ω en fonction de $a = x/L$

FIGURE 19 – Sortie du programme pour le tube de longueur $L = 0.3m$ en choisissant $T_1 = 293K$ et $T_2 = 454K$, $n = 0,42$ et $\tau = 0,00145$. La droite verticale rouge représente la position $x = L/4$

Nous observons empiriquement qu'il est en réalité assez simple de régler le modèle à partir d'une mesure expérimentale. En effet, nous pouvons procéder de la manière suivante :

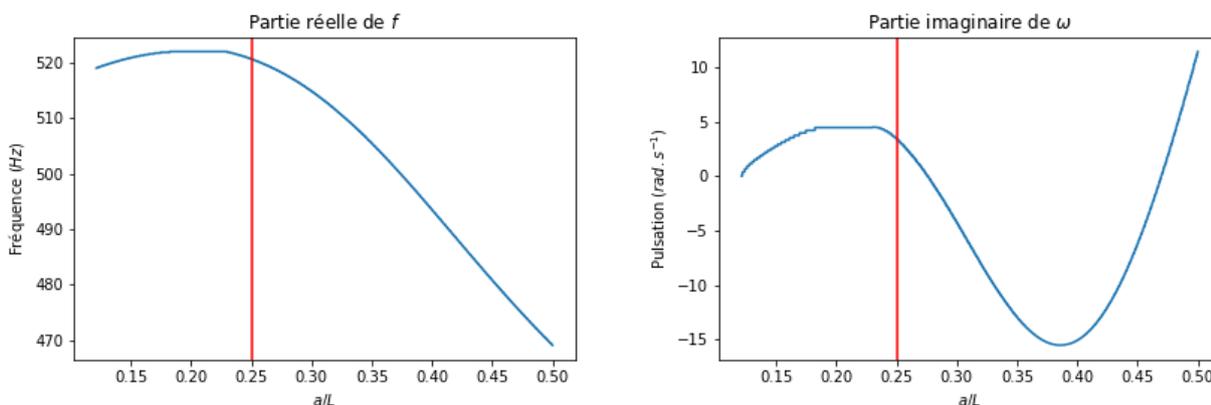
- Nous nous plaçons à une position de limite de résonance ;

- Nous relevons la position et la fréquence associée. Nous considérons que la fréquence trouvée est solution de (32) et qu'elle est de partie imaginaire nulle ;
- Nous fixons $\tau = 0.01$ de manière arbitraire et nous cherchons n qui minimise (32) en prenant les conditions expérimentales pour fixer la valeur de ω . On observe empiriquement que le résultat sur n trouvé à cette étape varie peu avec τ ;
- Nous répétons l'opération pour τ cette fois avec n fixé dans l'étape précédente ;
- Nous traçons la solution associée au mode vibratoire en supposant qu'un faible déplacement de la flamme engendre une faible variation du mode vibratoire. Ainsi, nous résolvons *de proche en proche* en utilisant comme condition initiale pour le solveur la solution trouvée pour la position précédente.

On peut également jouer sur les températures considérées dans les différentes parties du tube pour ajuster les fréquences obtenues. Nous n'avons pas trouvé de moyen efficace de mesurer la température de la colonne d'air. Nous obtenons alors pour le tube de longueur $L = 0.3m$ les graphes de la figure 19.

Remarque : dans cette simulation une température $T_2 = 430K$ a été choisie, inférieure à celle que nous avons mesurée expérimentalement ($768K$). Cette dernière fournit des résultats incohérents sur la modélisation. Nous nous sommes référés à des travaux similaires [35] qui présentent notamment des mesures précises de la température moyenne du tube au-dessus de la flamme.

Pour l'autre tube de longueur $L = 0.36m$ nous obtenons les résultats de la figure 20. Pour ce cas-là, nous avons ajusté les paramètres n et τ à partir d'une donnée initiale mesurée dans l'expérience décrite dans la section suivante.



(a) Partie réelle de f en fonction de $a = x/L$ (b) Partie imaginaire de ω en fonction de $a = x/L$

FIGURE 20 – Sortie du programme pour le tube de longueur $L = 0.36m$ en choisissant $T_1 = 293K$ et $T_2 = 378K$, $\tau = 0.00193$ et $n = 0.31$. La droite verticale rouge représente la position $x = L/4$

Commentaire Les résultats obtenus font bien ressortir une partie imaginaire positive, et donc des instabilités amplifiées, dans le premier quart du tube, ce qui est cohérent avec certaines de nos observations expérimentales. Cependant, il est étonnant que la fréquence augmente dans un premier temps avec a/L . En effet, en augmentant a/L , la proportion de gaz chauffés est moindre, la température moyenne doit donc être moindre, et de même pour la fréquence du fondamental, en vertu de l'équation 10.

5.5 COMPARAISON AVEC UN LOGICIEL DE SIMULATION ACOUSTIQUE

Pour valider la cohérence de résultats du programme de simulation, nous avons modélisé le système dans le logiciel de simulation acoustique *Actran* de MSC Software [40].

Dans le logiciel, nous modélisons le tube en deux parties : un quart de la hauteur est rempli d'air à $293K$ puis le reste d'air à $430K$. Nous représentons cette variation de température par la variation de célérité selon 9 en supposant les autres paramètres fixes. Pour modéliser les bords du tube ouverts, nous fixons la pression aux extrémités comme égale à 1 bar.

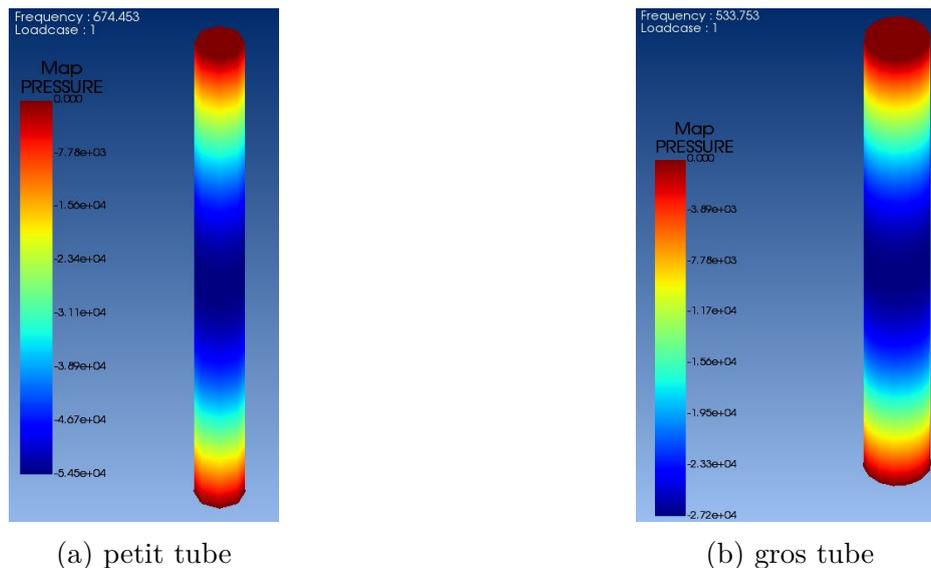


FIGURE 21 – Champ de pression obtenus par l'extraction de modes propres par *Actran*

Pour connaître la fréquence de résonance du tube, nous utilisons la fonction d'extraction des modes propres du logiciel et nous gardons la première fréquence : le fondamental. Nous obtenons les résultats suivants que nous comparons aux résultats du programme pour une flamme placée à $1/4$ de la hauteur.

Longueur du tube (cm)	Fréq. avec la simulation $n-\tau$ (Hz)	Fréq. modélisation Actran (Hz)	Écart relatif
30	696	674	3,2 %
36	521	533	2,3 %

Cela montre bien une cohérence entre nos deux simulations et justifie l'effet de la température de la colonne d'air non prise en compte dans notre étude théorique préliminaire (section 5.2.1). On garde tout de même une erreur puisque les 2 modèles ne résolvent pas le même problème (le modèle $n - \tau$ considère les mouvements de flamme alors que Actran ne considère que les différences de température).

5.6 QUESTION 3 : CONTRÔLER LE PHÉNOMÈNE

Comme l'expose la partie précédente, la modélisation prévoit l'existence d'une région bien particulière propice à l'apparition plus ou moins rapide d'un son. De plus, on peut s'attendre à un comportement différent en changeant les conditions aux limites, ou pour des ajustements de la position de la flamme dans le tube. Nous nous demandons alors dans quelle mesure il est possible de contrôler le phénomène afin de l'adapter à une installation artistique. Quels paramètres sont en jeu ? La littérature nous donne que la flamme peut chanter soit spontanément soit après l'avoir amorcée (voir partie 3). Quelles sont les plages de positions à considérer ?

5.6.1 • PROTOCOLE

Nous utilisons un protocole sensiblement équivalent à celui proposé dans la partie précédente, à la différence cette fois que la flamme est mobile par rapport au tube.

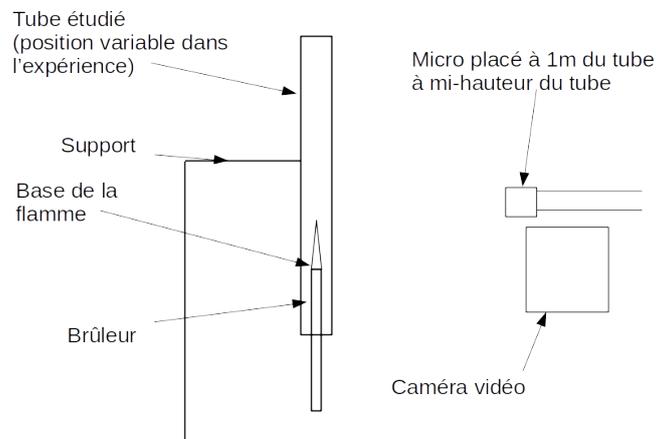


FIGURE 22 – Schéma du dispositif de l'expérience

Protocole

- La caméra vidéo est placée à environ 1m du tube de sorte que l'ensemble du tube soit visible sur le film et suffisamment proche pour que l'on puisse identifier la buse. Elle servira à relever la position de la flamme pour analyser les résultats ;
- Nous commençons la manipulation en plaçant la flamme à une hauteur égale à au quart de celle du tube ;
- Nous effectuons les réglages de débit nécessaires à l'apparition d'un son ;
- Nous remontons le tube sur le support de sorte à ce que la flamme soit en bas du tube ;
- Nous redescendons progressivement le tube jusqu'à la position précédente. Nous veillons à le remonter par palier pour éviter que les mains de l'expérimentateur n'influencent trop les résultats ;
- Une fois la position proche de $L/4$ atteinte, nous répétons l'opération en sens inverse pour revenir à la position initiale.

Traitement des données

Afin de traiter le son et analyser les résultats, nous utilisons ensuite le logiciel `Tracker` [41] pour pointer les positions de la flamme et obtenir la courbe de hauteur de flamme en fonction du temps (Figure 23a). Nous pointons la partie la plus lumineuse de la flamme sur l'enregistrement.

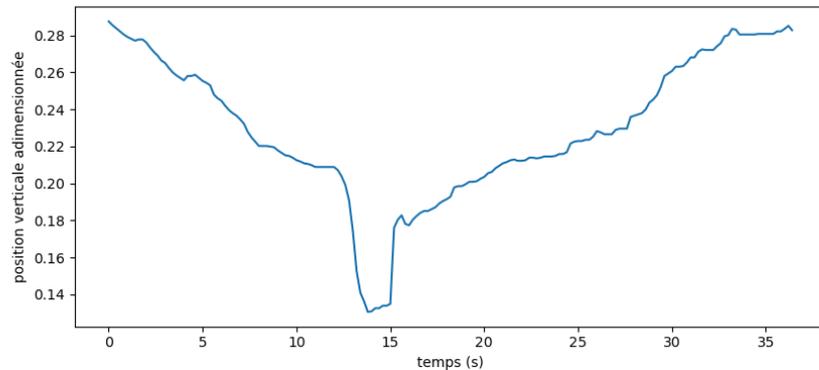
D'autre part, nous utilisons un programme `Python` qui détecte l'enveloppe du signal acoustique et sa fréquence instantanée (algorithme utilisant notamment la fonction `Hilbert` et autres fonctions de `SciPy` [39] et des fonctions de `Numpy` [42]), données sur lesquelles nous appliquons une moyenne glissante de fenêtre 0,5s (en cohérence avec les variations de hauteur de flamme) afin d'obtenir l'amplitude du son et sa fréquence en fonction du temps (Figure 23b). Les données sont enregistrées au format `.csv` pour être traitées par un second programme `Python` qui trace l'amplitude et la fréquence du son en fonction de la position de la flamme dans le tube.

Nous veillons à conserver les données de la phase montante et descendante puisque nous cherchons à mettre en évidence un potentiel effet d'hystérésis. Nous obtenons ainsi les positions dans le tube où la flamme chante spontanément d'une part, et celles où elle continue de chanter si elle a été lancée. La courbe de la fréquence nous indique si la fréquence varie en fonction de la position (Figure 24).

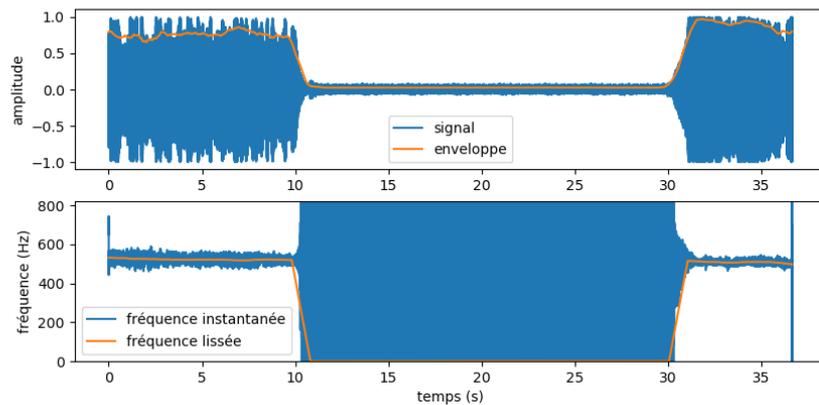
Observations et Résultats

Nous observons au cours de l'expérience les éléments suivants :

- Une fois le chant lancé, il est possible de l'arrêter en bouchant la partie supérieure du tube ;
- Il y a une partie du tube dans laquelle la flamme se met à chanter spontanément et si on l'arrête, elle redémarre seule ;
- Lors du redémarrage, nous entendons une montée progressive de l'intensité sonore, qui justifie l'idée une amplification thermoacoustique (partie 5.3.1). Cet effet est présent dans la littérature [31], [35]. Nous n'avons malheureusement pas pu enregistrer ce phénomène. Une reproduction des expériences serait bienvenue ;



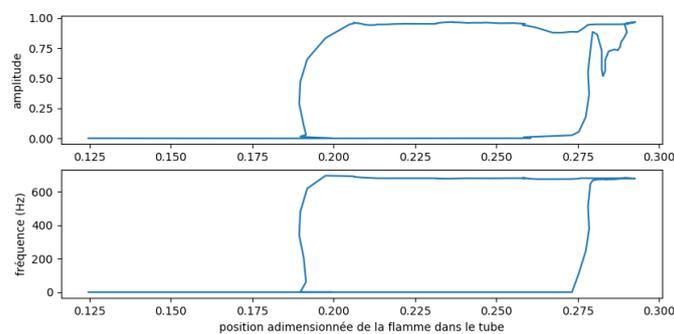
(a) Position adimensionnée de la flamme en fonction du temps (pointage vidéo)



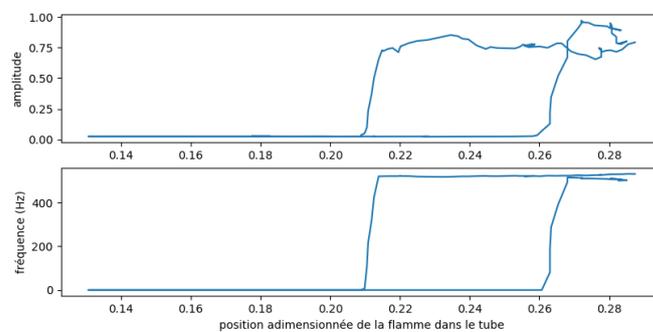
(b) Courbe issue du traitement du son

FIGURE 23 – Courbes intermédiaires obtenues pour l’analyse du gros tube

- La zone de vibration semble plus étendue en phase descendante (*i.e* lorsque le phénomène est déjà amorcé, il persiste plus longtemps). Cet aspect est représenté par les cycles d’hystérésis visibles sur la figure 24. Dans ce cadre, le chant ne peut pas démarrer seul mais persiste s’il était déjà en cours ;
- Nous remarquons avec les deux tubes que l’étendue et la position adimensionnée de ce cycle d’hystérésis diffèrent selon le tube et ne dépendent donc pas uniquement de la longueur du tube ;
- La fréquence semble varier mais cela n’est pas significatif sur nos mesures, qui ne sont pas assez précises pour mettre en évidence les variations de fréquence en fonction de la hauteur.



(a) Petit tube



(b) Gros tube

FIGURE 24 – Cartographie des zones de résonance des tubes en amplitude et en fréquence en fonction de la position adimensionnée

Nous relevons les fréquences de résonance après traitement, nous obtenons pour le gros tube $f \in [519Hz, 830Hz]$ et pour le petit tube $f \in [678Hz, 693Hz]$. Notons que ces mesures sont proches des valeurs obtenues lors de nos précédentes simulations numériques et nous les comparons en particulier pour $l = \frac{1}{4}$.

Longueur du tube (cm)	Fréquence mesurée (Hz)	Fréquence modélisation $n - \tau$ (Hz)	Écart relatif
30	694	696	0,2 %
36	519	521	0,4 %

Nos observations des erreurs relatives assez faibles donc nos simulations semblent cohérentes avec les expériences que nous avons pu faire mais des écarts subsistent en dehors des valeurs ponctuelles considérées dans le tableau précédent. Nous pourrions en partie expliquer ces écarts par le fait que nous n'avons pas le même champ de température dans l'expérience et dans nos modélisations à cause des difficultés que nous avons à le mesurer. De plus la modélisation

néglige l'extension spatiale de la flamme. Par ailleurs, le pointage vidéo est sûrement source d'imprécisions.

Quoiqu'il en soit, il apparaît difficile de valider ou d'invalider ces résultats. Ces manipulations mériteraient d'être reproduites plus précisément et de nombreuses fois pour évaluer des incertitudes. De plus, les mesures effectuées ne permettent pas de tracer rigoureusement le comportement en fréquence de la résonance, qui aurait pu valider le modèle $n - \tau$ compte tenu de la méthode *d'étalonnage* employée. En attendant, il est possible de trouver trace de ces variations de fréquence dans d'autres travaux sur le sujet [35]. Nous pourrions alors discuter la pertinence du modèle (figure 20a). Il pourrait être intéressant de caractériser la réponse acoustique des tubes avec flammes en les excitant de manière externe et en enregistrant les résonances, pour les confronter aux résultats de notre modèle.

Retenons tout de même qu'il semble exister une région où le chant ne se produit que s'il était déjà initié. Nous nous demandons alors s'il est possible de lancer manuellement le phénomène, ce qui est mentionné dans la littérature historique (voir partie 3).

5.6.2 • EXPÉRIENCE SUBSIDIAIRE

Le matériel est le même que celui de l'expérience précédente auquel on ajoute un haut-parleur et un GBF capable de fournir un signal sinusoïdal dans les gammes de fréquences qui nous intéressent.

Protocole

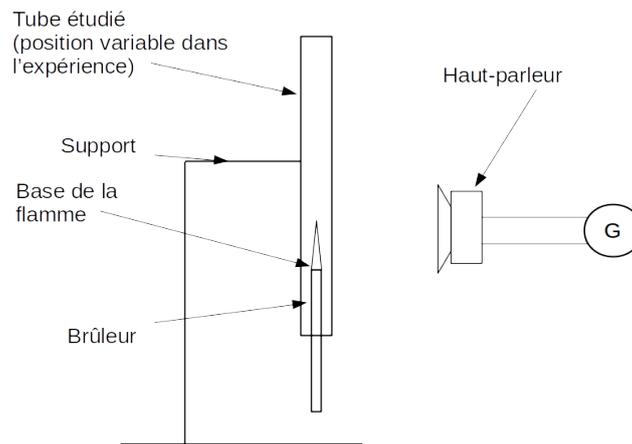


FIGURE 25 – Schéma du dispositif de l'expérience

- Nous nous replaçons dans les conditions de l'expérience précédente (nous gardons de préférence les **mêmes réglages pour le chalumeau**) ;
- Nous nous plaçons dans les zones où la flamme ne chante que si elle a déjà été excitée auparavant ;

- À l'aide du GBF, nous générons un son à la fréquence trouvée dans l'étude précédente, le haut-parleur étant dirigé vers la flamme ;
- Si la flamme se met à chanter, nous pouvons revenir à l'état précédent en bouchant provisoirement la partie supérieure du tube ;
- Nous faisons cette manipulation pour plusieurs positions de la flamme dans le tube, mais aussi pour différentes intensités sonores (nous pouvons nous aider d'un sonomètre placé au niveau de la paroi du tube, à hauteur de la flamme).

Observations

Dans certaines régions, il est effectivement possible d'initier le chant à l'aide du haut-parleur. Cependant, la fréquence du son émis doit correspondre précisément à celle de la flamme dans l'état considéré ($\pm 5Hz$ relevé dans nos expériences).

Nous avons également essayé de lancer le chant de la flamme en utilisant la voix humaine, et cela fonctionne à condition que le niveau sonore soit suffisant.

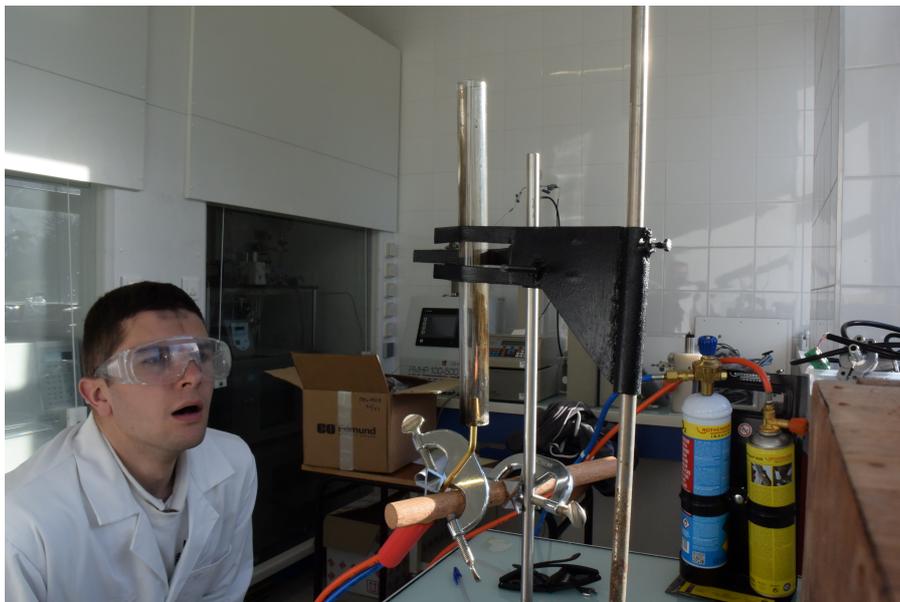


FIGURE 26 – Faire chanter la flamme en utilisant la voix de l'expérimentateur à la place du haut-parleur

Les circonstances ne nous ont pas permis de poursuivre les expérimentations, et les expériences présentées ne sont ainsi pas totalement rigoureuses. Nous avons seulement pu valider leur pertinence et leur faisabilité en effectuant quelques tests.

5.6.3 • POURRAIT-ON FAIRE SE RÉPONDRE DEUX FLAMMES ?

Nous avons vu précédemment qu'il est possible de placer la flamme dans état non chantant pour provoquer ensuite volontairement l'instabilité acoustique.

Nous voudrions faire jouer à une deuxième flamme le rôle du haut-parleur dans l'expérience, ce qui semble possible d'après la littérature (voir partie 3). Il s'agirait notamment de voir si l'intensité sonore émise par la première flamme serait suffisant pour exciter la deuxième, en utilisant des cartographies plus précises en refaisant les expériences dans de meilleures conditions.

5.6.4 • PISTES D'AMÉLIORATION

Dans les expériences menées, la plus grande imprécision et le manque de reproductibilité à l'identique émanent du matériel employé. En effet, nous ne pouvons régler qu'approximativement les débits de gaz à l'entrée. Il est difficile de travailler sur la position de la flamme toutes choses égales par ailleurs. De plus, en reprenant la modélisation théorique, le débit influe largement sur les paramètres n et τ , qui ont des répercussions importantes sur le comportement de la flamme (même si régler le débit pour obtenir un son dans le tube revient en quelque sorte à rechercher des valeurs particulières de ces paramètres).

Une première voie d'amélioration à ce stade serait de prendre un matériel d'expérimentation adapté au problème, c'est-à-dire *a minima* un brûleur dont nous pourrions mesurer le débit en sortie (*i.e* un poste à souder à la flamme avec débit-mètre par exemple). Ceci permettrait de pouvoir contrôler avec précision les données en entrée. En particulier, nous pourrions adimensionner les grandeurs afin de comparer entre plusieurs tubes pour chercher des constantes du phénomène. Les conditions initiales étant incontrôlables, nous n'avons pas pris le temps de considérer une telle expérience.

D'autre part, la forme coudée du tube d'adduction des gaz de notre brûleur nous empêche de parcourir l'ensemble de la hauteur du tube avec la flamme et donc d'observer l'effet de la position sur la résonance et la fréquence. Il faudrait donc se procurer une buse droite pour notre brûleur afin de faire ces expériences et de valider pleinement l'apport du modèle $n - \tau$ pour la prévision des variations de fréquence.

5.7 QUESTION 4 : REPRODUIRE AUTREMENT

Nous présentons ici quelques pistes supplémentaires pour poursuivre nos expériences. Les expérimentations ayant pris fin de façon anticipée, nous présentons dans cette partie des idées de protocoles que nous n'avons pas pu valider ou que très partiellement testés.

5.7.1 • TRAVAILLER AVEC UNE BOUGIE ?

Serait-il possible de reproduire le phénomène avec une flamme moins intense, à savoir une bougie ? En effet, d'un point de vue artistique, il serait plus intrigant (et moins dangereux) d'utiliser une simple bougie capable de produire un son, mettant en valeur la puissance intrinsèque de la flamme masquée par sa petite taille apparente.

Nous n'avons pu essayer que très sommairement le phénomène, et n'avons pas réussi à faire chanter la flamme de bougie. Si la littérature historique mentionne la possibilité d'utiliser des flammes de diffusion comme des lampes à alcool, il semble que l'utilisation d'une bougie soit très délicate.

Le seul phénomène que nous avons pu observer est une vibration de la flamme mais sans son. Ce phénomène pourrait être exploité dans le cadre d'un montage optique.

5.7.2 • MONTAGE OPTIQUE

Nous souhaiterions exploiter l'idée de projeter l'image de la flamme oscillante à l'aide de miroirs tournants (cf. partie 3, et voir [13]), dans une atmosphère intrigante. De la même façon, une projection strioscopique de la flamme pourrait être à même de révéler au spectateur certains mouvements insoupçonnés de la flamme. Dans ce cadre, il faudra être en mesure de contrôler la richesse du mélange et éviter la production de suies qui se déposent sur le verre. Par ailleurs, des tubes en verre de meilleure facture pourraient être à envisager, car ceux dont nous disposons ont visiblement été fabriqués par extrusion et font apparaître des lignes lorsqu'on les éclaire en transparence.



FIGURE 27 – Expérience préliminaire avec une flamme de bougie

5.7.3 • TAILLE DE TUBE VARIABLE

L'autre problème rencontré lors de nos expériences est celui de la difficulté d'obtenir une diversité sur la taille des tubes. À moins de posséder une grande collection de tubes de tailles différentes, il est impossible de faire varier la hauteur du tube aisément. Nous proposons de reprendre l'idée de mécanisme de glissière utilisé par Tyndall [7], exposée partie 3.

Il aurait néanmoins fallu prendre un diamètre suffisamment important pour que la variation de section au niveau de la glissière soit négligeable, avec un système de fixation qui n'influe pas sur l'acoustique du tube. Nous pourrions vérifier finalement que le mécanisme ne change pas le comportement du tube en comparant avec un tube de même longueur mais de largeur fixe à notre disposition.

5.7.4 • INFLUENCE DE LA POSITION LATÉRALE

L'influence de la position latérale de la flamme dans le tube aurait également pu être discutée. En effet, des expériences réalisées à l'EM2C [35] laissent entendre qu'il y a une variation de fréquence de quelques Hertz lorsqu'on rapproche la flamme de la paroi, ce qui s'explique par une perte de chaleur plus importante à cause de la conduction. Il aurait été intéressant de quantifier cet effet sur notre matériel, dont les réglages longitudinaux ne sont pas très précis.

5.8 QUESTION SUBSIDIAIRE

5.8.1 • UNE OBSERVATION INTRIGANTE



FIGURE 28 – Figure ondulatoire observée lors des expériences préliminaires

Lors de nos expériences préliminaires, nous avons été confrontés à un phénomène intrigant (figure 28). Lors d’une erreur de manipulation, la flamme s’est orientée légèrement vers le tube et nous avons pu observer une figure semblable aux figures de diffractions en optique. Nous nous sommes alors demandé d’où venaient ces figures ondulatoires. Manifestement, la longueur d’onde est beaucoup trop courte pour correspondre à celle du tube, et une associée à une harmonique supérieure semble exclue *a priori* étant donné que le son mesuré est assez pur, et que les harmoniques suivantes n’apparaissent pas dans l’analyse spectrale.

Une première tentative d’explication pourrait être un simple effet stroboscopique lié à la caméra. En effet, nous savons par la littérature (comme l’expérience des miroirs tournants) que la flamme oscille pendant l’émission du son, tout comme le dégagement de chaleur est modulé. La caméra utilisée ayant une fréquence d’acquisition finie, un effet stroboscopique est probable. Toutefois, la zone concernée est très localisée, et les ondulations étaient également visibles à l’œil nu.

Nous proposons donc dans la partie suivante un protocole permettant de répondre à cette question.

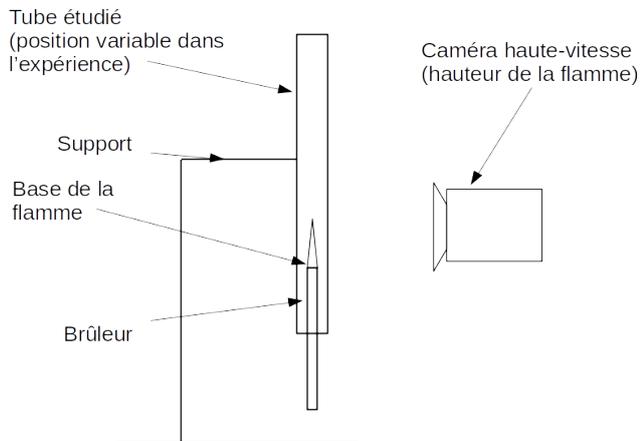
5.8.2 • PROTOCOLE POUR IDENTIFIER LE PHÉNOMÈNE

Protocole

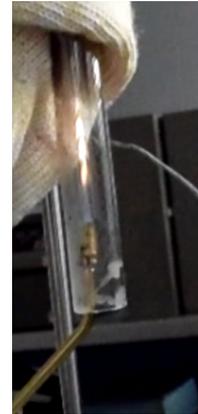
On reprend le protocole utilisé en partie 5.2.2. mais on remplace le micro par une caméra haute vitesse. La caméra haute vitesse du TREX Mécanique étant très demandée, nous n’avons pu réaliser qu’une première expérimentation avec une caméra moins performante ne pouvant filmer qu’à 250 images/s (et donc largement en-dessous de la fréquence du résonance du tube, si on suppose raisonnablement que le mouvement est lié à cette fréquence).

Observations

On observe cette fois à la vidéo une série de taches qui semblent se déplacer. Toutefois, on ne peut espérer effectuer un pointage rigoureux sur ce fichier puisqu’il n’est pas possible de suivre rigoureusement un point particulier pour obtenir un résultat pertinent. On peut imaginer que les différentes taches correspondent aux différents paquets de chaleur libérés sinusoidalement.



(a) Schéma



(b) Résultat obtenu avec la caméra à 250 images/seconde

FIGURE 29 – Expérience avec la caméra haute-vitesse

Pour continuer

Nous observons bien un mouvement particulier de la flamme lors de la résonance. Malheureusement, la caméra semble provoquer un effet de stroboscopie qui rend impossible l'exploitation. Il était alors envisagé de répéter l'expérience avec une caméra plus performante dont dispose le TREX Mécanique ayant une fréquence de capture de 5000 images/s, ce qui est largement suffisant pour faire une capture du phénomène compte tenu des fréquences du son capté. Nous pourrions également comparer ces oscillations aux modulations de la flamme observées grâce à un miroir tournant.

6 CONCLUSION

Le PSC comportait tout d'abord un volet de recherche historique dans l'art et dans les écrits scientifiques d'époque. À travers ces recherches, nous avons pu montrer que la flamme créatrice d'un son fascine, d'un point de vue physique pour les scientifiques qui ont expérimenté sur le sujet, mais également à travers une dimension artistique puisque le feu destructeur devient l'origine d'une création. Ce paradoxe est en réalité parfaitement mis en lumière par les phénomènes d'instabilités acoustiques : leur nature localisée et peu intuitive les rend d'autant plus impressionnants. À travers des expériences préliminaires, nous avons réussi à retrouver ce phénomène et nous avons commencé à le mettre en équation en reprenant la littérature. Ensuite, nous avons pu commencer à quantifier le phénomène à travers des mesures expérimentales pour tenter de valider la modélisation proposée. Nous obtenons des résultats concluants et encourageants qui méritent toutefois d'être reproduits plus précisément pour s'assurer de la reproductibilité de notre travail. L'existence d'une plage de positions dans laquelle il est possible de lancer un son avec une excitation a pu être mise en évidence.

Nous avons également détaillé un certain nombre d'expériences que nous souhaiterions réaliser pour compléter notre étude. Elle nous permettraient à la fois de raffiner les modélisations qui demandent des valeurs expérimentales pour être étalonnées, mais aussi de préciser les résultats obtenus.

Enfin, le mouvement de la flamme semble pouvoir se prêter à l'élaboration d'une installation proposant des figures étonnantes à un public dans une dimension acoustique et optique (stroboscopie et/ou strioscopie). Cela nécessitera une compréhension plus fine des phénomènes, des zones propices à la réalisation, et une maîtrise technique dans la réalisation. Cette installation artistique devrait faire une synthèse des aspects qui ressortent de notre étude historique et artistique.

Somme toute, ce PSC aura été pour nous l'occasion d'explorer en partie un sujet de recherche passionnant et contemporain qui ne cesse d'être précisé au fil des recherches. Nous avons donc pu, face à une simple flamme dans un tube, nous émerveiller face un phénomène peu commun.

7

BIBLIOGRAPHIE

RÉFÉRENCES

- [1] L. Boyer, *Feu et flammes*. BELIN, Pour la Science, 2006.
- [2] R. Borghi and M. Destriau, *La combustion et les flammes*. Editions TECHNIP, 1995.
- [3] H. C. Hottel and F. P. Broughton, “Determination of true temperature and total radiation from luminous gas flames,” *Industrial & Engineering Chemistry Analytical Edition*, vol. 4, no. 2, pp. 166–175, 1932.
- [4] T. Schuller, *Coupling mechanisms in acoustically induced combustion instabilities*. Theses, Ecole Centrale Paris, July 2003.
- [5] C. K. Law, *Laminar Premixed Flames*, p. 234–302. Cambridge University Press, 2006.
- [6] D. G. Goodwin, R. L. Speth, H. K. Moffat, and B. W. Weber, “Cantera : An object-oriented software toolkit for chemical kinetics, thermodynamics, and transport processes.” <https://www.cantera.org>, 2018. Version 2.4.0.
- [7] J. Tyndall, *Le son*. 1869. trad. Abbé MOIGNO.
- [8] A. Guillemin, *Le son : notions d’acoustique physique et musicale*. Librairies Hachette et Cie, 1882.
- [9] A. Taber Jones, “Singing flames,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 4, 1945.
- [10] K. F. J. Sondhauss, “Ueber die schallschwingungen der luft in erhitzten glashören und in gedeckten pfeifen von ungleicher weite,” *Annalen der Physik und Chemie*, vol. 79, no. 1, pp. 1–33, 1850.
- [11] F. G. Schaffgotsch, “Akustische beobachtungen,” *Annalen der Physik*, pp. 471–478, 1857.
- [12] L. Rayleigh, *The theory of sound*, vol. 2. Dover Publications, 2 ed., 1896.
- [13] Fondazione Scienza e Tecnica, “Manometric capsule, resonance, koenig sound analyser.” Consulté le 02-avril-2020 à l’adresse <https://www.youtube.com/watch?v=0HdL-65dkkY>.
- [14] F. Kastner, *Les flammes chantantes / Théorie des vibrations et considérations sur l’électricité*. Dentu, E. and Lacroix, E., 1876.
- [15] Wikipedia contributors, “Pyrophone — Wikipedia, the free encyclopedia,” 2019. [En ligne ; Page consultée le 26-janvier-2020].
- [16] *Chemical News*, p. 130. Manufacturing chemists, Sept. 1875.
- [17] D. Durox, “Orgue à flamme - flame organ - pyrophone,” 2014. Consulté le 26-janvier-2020 à l’adresse <https://youtu.be/rI37T3vA7fM>.
- [18] L. Rayleigh, “The explanation of certain acoustical phenomena,” *Proceedings of the Royal institution of Great Britain*, vol. 8, 1878.

- [19] E. G. Richardson, “The theory of the singing flame,” *Proceedings of the Physical Society of London*, vol. 35, no. 1, pp. 47–54, 1922.
- [20] W. Barrett, “Note on “sensitive flames”,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 33, no. 222, pp. 216–222, 1867.
- [21] J. Leconte, “On the influence of musical sounds on the flame of a jet of coal-gas,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 15, no. 99, pp. 235–239, 1858.
- [22] A. Lissajous, “Flammes sensibles,” *Journal de Physique Théorique et Appliquée*, vol. 2, no. 1, pp. 29–32, 1873. Traduit d’un article en italien de Gilberto GOVI.
- [23] A. Guillemin, *Les phénomènes de la physique*. Librairies Hachette et Cie, 1862.
- [24] Fondazione Scienza e Tecnica, “Lissajous’s figures, wheatstone apparatus for compounding two orthogonal oscillations.” Consulté le 02-avril-2020 à l’adresse <https://www.youtube.com/watch?v=xPjNPb8h80k>.
- [25] A. Töpler, “Vibroskopische beobachtungen über die schwingungsphasen singender flammen (der chemischen harmonica) mit benutzung des schlierenapparates,” *Annalen der Physik und Chemie (Spindler)*, vol. 128, no. 5, p. 126, 1866.
- [26] Collectif, “Hans Memling.” Consulté le 10 avril 2020 à l’adresse : <http://boowiki.info/art/xve-siecle-peintres-allemands/hans-memling.html>.
- [27] O. Clément and M. Eliade, “Enfers et Paradis,” Consultable en 2020 à l’adresse : <https://www.universalis.fr/encyclopedie/enfers-et-paradis/>.
- [28] A. Jaubert, *J. M. W. Turner, Les carnets secrets*. Cohen et Cohen, 2016.
- [29] Collectif, “William Turner, le peintre de la lumière,” 2018. Consultable en 2020 à l’adresse : <https://www.geo.fr/voyage/william-turner-le-peintre-de-la-lumiere-182214>.
- [30] G. Deleuze, “Sur la peinture, Cours de l’Université Paris VIII,” 1981. Cours consultable en 2020 à l’adresse : http://www2.univ-paris8.fr/deleuze/article.php3?id_article=45.
- [31] T. Poinsot and D. Veynante, *Theoretical and Numerical Combustion*. R.T. Edwards Inc., 2005.
- [32] L. B. Graiff, “A hydrogen singing-flame ionization detector,” *Nature*, vol. 203, no. 4947, p. 856, 1964.
- [33] A. Hirschberg and S. W. Rienstra, *An introduction to aeroacoustics*. Eindhoven University of Technology, 2004.
- [34] H. Levine and J. Schwinger, “On the radiation of sound from an unflanged circular pipe,” *Phys. Rev.*, vol. 73, pp. 383–406, Feb 1948.
- [35] K. Prieur, *Rapport de stage de Master : Études d’instabilités thermo-acoustiques et d’instabilités aérodynamiques dans une chambre de combustion annulaire*. EM2C ECP, 2014.
- [36] L. Crocco, D. T. Harrje, and F. H. Reardon, “Transverse combustion instability in liquid propellant rocket motors,” *ARS Journal*, vol. 32, no. 3, pp. 366–373, 1962.

- [37] T. J. Poinso, A. C. Troune, D. P. Veynante, S. M. Candel, and E. J. Esposito, “Vortex-driven acoustically coupled combustion instabilities,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 177, p. 265–292, 1987.
- [38] K. Truffin, B. Varoquie, and T. Poinso, “Measurements of transfer functions using large eddy simulations : theoretical framework and first tests,” 01 2002.
- [39] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser, J. Bright, S. J. van der Walt, M. Brett, J. Wilson, K. Jarrod Millman, N. Mayorov, A. R. J. Nelson, E. Jones, R. Kern, E. Larson, C. Carey, Í. Polat, Y. Feng, E. W. Moore, J. Vand erPlas, D. Laxalde, J. Perktold, R. Cimrman, I. Henriksen, E. A. Quintero, C. R. Harris, A. M. Archibald, A. H. Ribeiro, F. Pedregosa, P. van Mulbregt, and S. . . Contributors, “SciPy 1.0 : Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python,” *Nature Methods*, vol. 17, pp. 261–272, 2020.
- [40] MSC-Software, “Actran Acoustics - Solution de simulation acoustique.” <https://www.mscsoftware.com/fr/product/actran-acoustics>.
- [41] Open Source Physics, “Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education.” <https://physlets.org/tracker/>. Consulté le 15/03/2020.
- [42] Numpy, “fundamental package for scientific computing with Python.” <https://numpy.org/>.
- [43] F. Boudy, *Analyse de la dynamique non-linéaire et du contrôle des instabilités de combustion fondée sur la "Flame Describing Function" (FDF)*. PhD thesis, École Centrale Paris, 2012. 2012ECAP0056.
- [44] S. Kaneko and al., “Chapter 6 - heating-related oscillations and noise,” in *Flow-induced vibrations (2nd edition)*, pp. 277–310, Academic Press, 2014.
- [45] V. Neyreneuf, “Tube chantant,” *Journal de Physique Théorique et Appliquée*, vol. 1, pp. 461–462, 1882.
- [46] I. Berkovitch, “The sensitive flame,” *The New Scientist*, vol. 3, no. 69, pp. 12–14, 1958.
- [47] P. L. Rijke, “LXXI. notice of a new method of causing a vibration of the air contained in a tube open at both ends,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 17, pp. 419–422, June 1859.
- [48] K. Truffin, B. Varoquie, and T. Poinso, “Measurements of transfer functions using large eddy simulations : theoretical framework and first tests,” 01 2002.

8 ANNEXES

8.1 GRANDEURS PHYSIQUES ET NOTATIONS

- c_0 : Célérité des ondes
- C_p : Capacité thermique isobare massique du gaz (ici pour l'air, $C_p = 287 J.kg^{-1}.K^{-1}$)
- D : Diamètre du tube
- f_0 : Fréquence de résonance
- L : Longueur du tube
- n : Indice de réaction du modèle $n - \tau$
- p : Pression du fluide
- p_0 : Pression du gaz à l'équilibre, ou Pression standard selon les contextes
- R : Constante des gaz parfaits ($\approx 8,31 J.mol^{-1}.kg^{-1}$)
- S : Section du tube
- T : Température (selon le contexte)
- T : Période temporelle (selon le contexte)
- u : Vitesse du fluide
- Y_k : Fraction molaire du composant k
- γ : Coefficient de Laplace ($\approx 1,40$ pour l'air sec à $20^\circ C$)
- χ_T : Coefficient de compressibilité isotherme
- χ_S : Coefficient de compressibilité isentropique
- ω : Pulsation de résonance
- $\dot{\omega}$: Flux de chaleur variable dégagé localement
- $\dot{\Omega}$: Flux de chaleur dégagé par la flamme
- ρ : Masse volumique du fluide
- ρ_0 : Masse volumique à l'équilibre
- τ : Retard de combustion dans le modèle $n - \tau$, en général de l'ordre de $1ms$
- ξ : Rayon du tube